

Filosofia Unisinos
Unisinos Journal of Philosophy
26(2): 1-14, 2025 | e26203

Editores responsáveis:
Inácio Helfer
Leonardo Marques Kussler
Luís Miguel Rechiki Meirelles

Doi: 10.4013/fsu.2025.262.03

Declaração de Disponibilidade de Dados:
Todo o conjunto de dados que dá suporte
aos resultados deste estudo foi publicado
no próprio artigo.

Artículo

Una lógica para la aceptación lógica

A logic for logical acceptance

Diego Tajer

<https://orcid.org/0000-0002-4998-2290>

IIF-SADAF-CONICET, Buenos Aires, Argentina. E-mail: diegotajer@gmail.com

RESUMEN

En este artículo, desarrollo un análisis formal del concepto de aceptación lógica, extendiendo una propuesta de Lokhorst (1997). En el sistema formal que propongo, podemos representar la idea de que un agente acepta determinada oración o argumento como válidos. Para eso, utilizamos el aparato de la lógica epistémica. A modo de ejemplo, exploramos la posibilidad de aceptar o rechazar lógicas trivaluadas como LP o K3. Luego desarrollo una semántica para este sistema, utilizando ideas de la lógica modal no-normal. Hacia el final del artículo, muestro que en el sistema no sólo se puede representar la aceptación lógica y el rechazo, sino también las creencias sobre compromisos lógicos de otros agentes.

Palabras clave: aceptación lógica, lógica epistémica, rechazo lógico, consecuencia lógica, lógica no-normal.

ABSTRACT

In this article, I develop a formal analysis of the concept of logical acceptance, extending a proposal by Lokhorst (1997). In the formal system I propose, we can represent the idea that an agent accepts a certain sentence or argument as valid. To do this, we use the apparatus of epistemic logic. As an example, we explore the possibility of accepting or rejecting three-valued logics such as LP or K3. I then develop a semantics for this system, using ideas from non-normal modal logic. Towards the end of the article, I



show that not only logical acceptance and rejection can be represented in the system, but also beliefs about the logical commitments of other agents.

Keywords: logical acceptance, epistemic logic, logical rejection, logical consequence, non-normal logic.

1 Introducción

Las discusiones sobre la validez e invalidez de algunos principios lógicos son moneda corriente en la filosofía actual. Además de los casos históricos como el rechazo del tercero excluido en lógicas multivaluadas (Lukasiewicz, 1922/1975) o en lógica intuicionista (Dummett, 1978), hoy en día podemos encontrar autores defendiendo lógicas con vacíos de verdad (Field, 2008; Kripke, 1975), lógicas con contradicciones (Priest, 2006; Beall, 2009), lógicas difusas (Smith, 2008), y muchas otras variantes. Con una aplicación modesta del principio de caridad, podemos inferir que este abandono de la lógica clásica, tan común en la filosofía de la lógica contemporánea, no significa necesariamente convertirse en irracional.

Antes de comenzar, algunas aclaraciones terminológicas. Siguiendo a Haack (1991), llamamos *lógica divergente* a una lógica no-clásica que cuestiona algún principio clásico (en contraposición a las lógicas “no-clásicas” que agregan operadores, como las lógicas modales o deónticas estándar). Como antes señalé, hay defensores de muchos tipos de lógicas divergentes. Hay filósofos que aceptan los vacíos de verdad (*gaps*), los cúmulos (*gluts*), las lógicas borrosas, o muchas otras divergencias. Y podemos comparar cada una de esas posiciones con la lógica clásica. Un objetivo de máxima sería determinar cuál de esas lógicas es la correcta. También podemos, de forma más modesta, analizar qué lógicas nos sirven más o menos para resolver ciertos problemas (como la vaguedad o las paradojas semánticas).

Como punto de partida, voy a considerar que este debate es *racional*; es decir, que el solo hecho de proponer una lógica distinta, en tanto se base en razones y argumentos, no convierte a un agente en irracional. Este enfoque es compatible con distintos puntos de vista en la filosofía de la lógica. Por ejemplo, uno podría ser *monista*, i.e., sostener que hay una sola lógica correcta, pero considerar que la validez de los argumentos puede entrar en discusión. Esta es la postura de filósofos como Williamson (2017) o Priest (2014). Por otro lado, uno puede ser *pluralista*, y sostener que distintas lógicas pueden ser correctas al mismo tiempo. Esta es la posición de autores como Beall y Restall (2006). Por último, la posición es compatible con el *relativismo*, que sostiene que la validez lógica depende de los compromisos de cada agente. Esta posición fue sostenida por Lokhorst (1997) en un antecedente de este artículo, y de forma más contemporánea por Field (2015).¹ En resumen, el concepto de aceptación lógica es compatible con distintas posiciones.

Para los propósitos de este artículo, nos concentraremos en dos tipos de divergencia respecto a la lógica clásica, basadas en la misma matriz de valores de verdad, usualmente conocida como Kleene Fuerte. En esta matriz, existe un valor intermedio, $\frac{1}{2}$, usualmente llamado “indeterminado”. Las conectivas funcionan del siguiente modo.

La negación funciona igual que la clásica para valores clásicos, pero arroja $\frac{1}{2}$ si negamos el valor intermedio:

¹ En el texto de Lokhorst, la idea es que las distintas culturas podrían corresponderse con distintas lógicas: “Las personas de distintas culturas podrían tener lógicas distintas” (Lokhorst, 1997, p. 1). Aunque otros autores han defendido variantes del relativismo, no conozco otro autor que haya defendido un relativismo cultural respecto a la lógica.

A	$\neg A$
1	0
0	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Negación en Kleene Fuerte (Priest 2008, cap. 7)

Por otro lado, los conectivos binarios se comportan de este modo:

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$
1	1	1	1	1
0	1	0	1	1
$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	1	1
1	0	0	1	0
0	0	0	0	1
$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$
0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Conectivos binarios en Kleene Fuerte (Priest 2008, cap. 7)

Estas matrices poseen algunas propiedades muy interesantes. Una de ellas es que, si asignamos $\frac{1}{2}$ a todas las letras proposicionales de una oración, la oración también va a valer $\frac{1}{2}$. En consecuencia, existe una valuación que asigna $\frac{1}{2}$ a *todas* las fórmulas. La llamaremos *valuación trivial*, y será útil para entender algunos conceptos que introducimos luego.

Los dos sistemas que usaremos de ejemplo son LP y K3, ambos basados en estas matrices (Kleene Fuerte). El sistema K3 es típicamente utilizado por teorías paracompletas, como la de Kripke (1975), mientras que el sistema LP es adoptado por los lógicos dialeteístas como Priest (2006). Nada relevante de la teoría que presentaré depende de usar estas lógicas en lugar de otras; pero son ejemplos prácticos y relativamente sencillos de lógicas divergentes. Para entender la diferencia entre K3 y LP hace falta mencionar el concepto de “valor designado”. El conjunto de valores designados es el conjunto de valores que la noción de validez se propone preservar:

(Validez general) Γ implica B si y sólo si no existe valuación donde toda oración $\gamma \in \Gamma$ tenga un valor designado, y B no tenga un valor designado.

En la lógica clásica, hay un solo valor designado (Verdad o 1), y un solo valor no-designado (Falsedad o 0). Pero la situación se vuelve algo más compleja en lógicas multi-valuadas.

En K3, el único valor designado es 1. Por lo tanto, una fórmula es *válida* cuando su valor es 1 en toda valuación. Entonces, la lógica K3 *carece de fórmulas válidas*. Esto se debe a la existencia de la *valuación trivial*, donde toda oración vale $\frac{1}{2}$. Si toda oración vale $\frac{1}{2}$ en alguna valuación, entonces ninguna oración es válida.

Es importante señalar que la falta de tautologías no significa que ninguna *inferencia* sea válida en el sistema. Por el contrario, muchas inferencias clásicas se mantienen en K3, incluyendo Modus Ponens,

Doble Negación, Ex Falso Sequitur Quodlibet ($p, \neg p / q$), Introducción y Eliminación de la Conjunción, e Introducción de la Disyunción.²

En el otro sistema que nos interesa, LP, no solo el valor 1 sino también el valor $\frac{1}{2}$ son designados. Entonces tendremos tautologías, porque todas las tautologías clásicas tendrán siempre valor 1 o $\frac{1}{2}$. Este hecho se puede probar, aunque la prueba no es tan sencilla y requiere una inducción matemática.³

La divergencia de LP, entonces, no se da en el nivel de las tautologías sino en las *inferencias*. En LP perdemos algunas inferencias válidas en lógica clásica, como el Ex Falso Sequitur Quodlibet. Esto se debe a que cuando p vale $\frac{1}{2}$, su negación $\neg p$ también vale $\frac{1}{2}$. Entonces puede suceder que tanto p como $\neg p$ tengan valor designado. Por eso p y $\neg p$ no implican q (que podría tener valor 0). También perdemos el Modus Ponens: si p vale $\frac{1}{2}$ y q vale 0, sucede que tanto p como $p \rightarrow q$ valen $\frac{1}{2}$. De forma equivalente, tampoco será válido el silogismo disyuntivo ($\neg p, p \vee q / q$).

La existencia de esa diversidad lógica (i.e. agentes racionales que acepten distintas lógicas) puede motivar un problema filosófico específico. Además de la pregunta objetiva sobre cuál es la lógica correcta, o la pregunta sobre qué lógica es mejor para tratar con determinado fenómeno, hay una pregunta un poco más epistémica: ¿qué significa para un individuo aceptar una determinada lógica? Esta pregunta es frecuentemente ignorada, porque se suele pensar (de forma explícita o implícita) que su respuesta es obvia. Sin embargo, no es tan obvia como parece.

En este artículo, desarrollaré un modelo formal de la aceptación lógica. Exploraré el tópico usando elementos de lógica epistémica, una lógica basada en la lógica modal que suele utilizarse para entender fenómenos de conocimiento y creencia. Usando estos métodos formales, trataré de clarificar qué significa adoptar determinada lógica, y cómo un agente puede interactuar epistémicamente con los otros si ambos sostienen distintas lógicas.

El antecedente más importante de la teoría que voy a proponer fue desarrollado por Lokhorst (1997). En su artículo "The logic of logical relativism", Lokhorst afirma que hay tres nociones de aceptar una lógica L , definibles en una lógica en particular Y que se usa como trasfondo:

- S acepta₁ la lógica L (de acuerdo con el sistema lógico Y) si y sólo si Y implica que S cree todos los teoremas de L .
- S acepta₂ la lógica L (de acuerdo con el sistema lógico Y) si y sólo si Y implica que $B_s P \rightarrow B_s Q$ siempre que L implica $P \rightarrow Q$.
- S acepta₃ la lógica L (de acuerdo con el sistema lógico Y) si y sólo si Y implica que $B_s P \leftrightarrow B_s Q$ siempre que L implica $P \leftrightarrow Q$.

En resumen, aceptar una lógica L puede significar tres cosas similares pero distintas: (1) aceptar sus teoremas; (2) aceptar A si uno acepta B (cuando la lógica L implica $A \rightarrow B$); (3) aceptar A si y sólo si uno acepta B (cuando la lógica L implica $A \leftrightarrow B$). A continuación, voy a argumentar que los criterios de Lokhorst son problemáticos e insuficientes, y nos motivan a desarrollar una opción mejor.

El primer problema es la existencia de lógicas sin teoremas. Si una lógica no tiene teoremas (como $K3$), entonces siguiendo la teoría de Lokhorst, todo agente la acepta (en cualquier versión de aceptación lógica). Porque todo agente cree sus teoremas (dado que no hay teoremas), y todo agente sigue sus condicionales o bicondicionales válidos (porque no hay ninguno). En resumen, usando la teoría de Lokhorst, todo agente acepta la lógica $K3$, aún sin hacer nada.

El segundo problema importante es la existencia de lógicas sin teorema de la deducción ($A \vdash B$ si y sólo si $\vdash A \rightarrow B$). Si una lógica no cumple con el teorema de la deducción, tendremos resultados anti-intuitivos. Por ejemplo, como antes mencionamos, LP valida todos los teoremas clásicos, como $(p \wedge \neg p)$

² Estos resultados sobre esta lógica y otras lógicas no-clásicas pueden encontrarse en el manual sobre lógicas no-clásicas de Priest (2008).

³ Puede encontrarse una prueba en el texto de Barrio y colaboradores (2014).

→ q , pero no admite la regla de Explosión, i.e. $(p \wedge \neg p) / q$. La falla de Explosión es fundamental para la mayoría de los filósofos que aceptan LP (como Priest 2006), porque ellos creen que de hecho algunas contradicciones son verdaderas (esta posición suele llamarse "dialeteísmo"), pero no creen que *todas* las oraciones sean verdaderas.

Sin embargo, esta posición es incompatible con las definiciones de Lokhorst. Si usamos solo la primera noción, no nos sirve de mucho, porque los teoremas de LP son los mismos de la lógica clásica (en ese sentido, aceptar₁ LP es equivalente a aceptar la lógica clásica). La segunda noción de aceptación también nos genera problemas. Pues un agente que acepta₂ LP (sistema que incluye la fórmula $(p \wedge \neg p) \rightarrow q$ como tautología) y cree una contradicción $(p \wedge \neg p)$, estará comprometido con toda oración q . Esto hace al dialeteísmo (i.e. la posición de que hay contradicciones verdaderas) incompatible con la segunda noción de aceptación lógica de Lokhorst⁴. Similares problemas aparecen con la tercera noción de aceptación. En LP, es un teorema que $(p \wedge \neg p) \leftrightarrow (q \wedge \neg q)$. Si usáramos el concepto de aceptación₃, los agentes que aceptan₃ LP y creen $p \wedge \neg p$ deberían también creer $q \wedge \neg q$. Sin embargo, los defensores de LP usualmente aceptan algunas contradicciones y no otras. En resumen, la teoría de Lokhorst es claramente inadecuada para teorías paraconsistentes como LP, especialmente cuando no validan el teorema de la deducción.

Estos son solo algunos de los problemas que afectan a la teoría de Lokhorst. En este artículo, desarrollo algunas nociones que son similares a las primeras dos nociones de Lokhorst de aceptación lógica (la tercera noción se podría inferir fácilmente a partir de la segunda). Pero mis nociones son más efectivas, porque pueden ser aplicadas a sistemas lógicos que no tienen teoremas (como K3) o que carecen de condicionales apropiados (como LP). Además, mi propuesta puede capturar otros conceptos importantes: puede describir la noción de rechazo, y puede tratar con operadores epistémicos anidados en contextos multi-agente.

La lógica desde la cual analizaré las actitudes de aceptación y rechazo del agente es la lógica clásica. Esto se debe principalmente a que las lógicas epistémicas suelen estar también expresadas en lógica clásica (hay excepciones a esta regla general, pero son mínimas). Preferimos, en este caso, seguir la metodología tradicional. Es necesario aclarar también que esta noción de aceptación lógica es *ideal*. Es decir, nos preocupa qué significa aceptar una lógica en un mundo donde los agentes tienen una capacidad ilimitada de razonamiento, y un interés ilimitado en guiar sus creencias bajo la lógica aceptada. Este tipo de idealizaciones son comunes en lógica epistémica, y pueden servir para iluminar algunos fenómenos. No buscamos aquí reconstruir o explicar mecanismos de razonamiento psicológicos.

Por razones de simplicidad, nos restringimos a *lógicas proposicionales*. Introducir lógicas de predicados en este contexto significaría una complejización notoria de las ideas y del sistema. Esto no significa que no se pueda hacer. En la última sección analizaremos la posibilidad de una versión en primer orden, con las dificultades que eso conlleva y otras posibles extensiones del sistema.

2 Una teoría formalizada de la aceptación lógica

Lenguaje

En esta sección desarrollaré una teoría formal de la aceptación lógica. El lenguaje de la teoría formal es esencialmente la lógica proposicional, pero con algunos operadores oracionales adicionales:

⁴ Ciertamente, esto se debe también a que asumimos que Y es la lógica clásica. Si Y fuera LP, la falla del Modus Ponens haría que alguien pueda aceptar₂ que A implica B, creer A y no creer B. Sin embargo, usar de lógica de fondo LP para la noción general la volvería muy débil, especialmente por la falla de Modus Ponens.

(Lenguaje base)	Toda oración atómica p de la lógica proposicional es una oración del sistema.
(Negación)	Si φ es una fórmula del sistema, $\neg\varphi$ es una fórmula del sistema
(Conectivos binarios)	Si φ y ψ son fórmulas del sistema, $\varphi \wedge \psi$, $\varphi \vee \psi$, $\varphi \rightarrow \psi$ también lo son.
(Creencia)	Para cada oración φ del sistema, y cada agente S , la oración $B_s \varphi$ es una fórmula del sistema.
(Aceptación)	Para cada oración φ de la lógica proposicional, y cada agente S , la oración $L_s \varphi$ es una fórmula del sistema. (Significará que S acepta lógicamente φ)
(Aceptación inferencial)	Para oraciones φ y ψ de la lógica proposicional, y agentes S , la oración $\varphi \Rightarrow_s \psi$ es una fórmula del sistema. (Significará que S considera que φ implica ψ)
(Cierre)	No hay más fórmulas en el sistema.

Sintácticamente, podríamos caracterizar a nuestra teoría como un tipo de lógica epistémica. Las fórmulas tendrán la forma $p \vee q$, $L_s(p \vee q)$, $L_s(p \vee q) \rightarrow L_s p$, $(p \wedge q) \Rightarrow_s q$, $L_s(p \vee \neg p) \wedge ((p \wedge q) \Rightarrow_s q)$, etc. A continuación analizaremos el significado de los operadores de aceptación L y $\Rightarrow$. Para eso, sin embargo, es necesario entender la noción de *sustitución uniforme*.

Sustitución uniforme

Antes de desarrollar propiamente la semántica de la aceptación lógica, voy a introducir algunas nociones previas. En particular, como concepto preliminar, introduzco la noción de una *función de sustitución* para una lógica epistémica. No se trata de un concepto técnico nuevo, y puede encontrarse en distintos manuales (Makinson, 2005), aunque aquí lo aplicamos de modo específico para nuestra teoría. La función de sustitución es una función σ que va de fórmulas en fórmulas, y se comporta de este modo:

1. Desde letras proposicionales p , q , r ... o fórmulas como $B_a \varphi$, $L_a \varphi$ o $\varphi \Rightarrow_a \psi$ hacia fórmulas arbitrarias.
2. $\sigma(\varphi \vee \psi) = \sigma(\varphi) \vee \sigma(\psi)$
3. $\sigma(\varphi \wedge \psi) = \sigma(\varphi) \wedge \sigma(\psi)$
4. $\sigma(\neg\varphi) = \neg\sigma(\varphi)$

Es decir, para fórmulas atómicas o modales, la función de sustitución es completamente arbitraria. Sin embargo, para fórmulas cuya conectiva principal es la disyunción, la conjunción o la negación, una sustitución “preserva” el esqueleto de una fórmula: una disyunción será sustituida por una disyunción, una conjunción por una conjunción, etc. Sin embargo, la fórmula resultante puede ser considerablemente más compleja, porque las letras proposicionales pueden ser reemplazadas por cualquier otra fórmula. Por ejemplo, si $\sigma(p) = (q \wedge r)$, entonces $\sigma(p \vee \neg p) = \sigma(p) \vee \sigma(\neg p) = \sigma(p) \vee \neg\sigma(p) = (q \wedge r) \vee \neg(q \wedge r)$. Esta noción será fundamental para comprender la aceptación lógica.

Aceptación lógica

En este apartado, introduzco la noción de aceptación lógica. En lugar de aceptar un sistema particular, en este marco los agentes aceptan inferencias u oraciones particulares. Este concepto de aceptación es más fino y se adapta mejor a los desacuerdos lógicos.

En contextos filosóficos, la aceptación de una verdad lógica particular puede separarse de la aceptación de un sistema entero. Por ejemplo, muchos artículos discuten sólo principios o inferencias particulares (como el Modus Ponens, el Tercero Excluido o Explosión). Esto no puede capturarse en el esquema antes descrito de Lokhorst, como argumenté en la sección anterior.

De acuerdo con la teoría aquí desarrollada, la aceptación y el rechazo lógicos dependen de nuestras creencias de primer orden: lo que consideramos válido o inválido depende de lo que consideramos

verdadero. De esta forma, las razones para revisar una lógica en particular (por ejemplo, la lógica clásica) deben ser razones para dudar de algunas de las instancias de los principios o reglas esquemáticos. Por ejemplo, podemos dudar del principio del Tercero Excluido al considerar instancias de $\varphi \vee \neg\varphi$ en las que φ es una oración sobre el futuro lejano (Lukasiewicz, 1922/1975). Naturalmente, dos personas pueden dudar del mismo principio por razones distintas.

Como veremos, la teoría puede resultar especialmente atractiva para los adeptos del disposicionalismo⁵ (Boghossian, 2000). Para el disposicionalismo, el conocimiento lógico consiste en la posesión de algunas *disposiciones*. Por ejemplo, conocer Modus Ponens significa tener la disposición a creer q cuando uno cree p y también cree $p \rightarrow q$. Lo interesante del disposicionalismo es que la aceptación lógica puede ser adoptada por agentes sin educación lógica formal, porque no necesita de conceptos de orden superior (es decir, la persona puede adoptar el Modus Ponens sin tener idea de qué significa *validez*). Según esta teoría, la aceptación lógica es una actitud que cualquiera puede tener, como la creencia. Como veremos luego, la teoría que voy a proponer sobre la aceptación lógica se asemeja al enfoque sustitucional de la validez lógica que ofrece Quine (1970/1998).

Primero describiré los conceptos principales de mi teoría de modo relativamente informal. Más adelante daré una descripción formal y precisa del sistema resultante.

El primer concepto que voy a introducir es el siguiente:

(Aceptación lógica oracional) Decimos que un agente a acepta lógicamente la proposición φ si y sólo si el agente a cree en φ y en todas las sustituciones uniformes de φ . En términos formales, $L_a \varphi$ si y sólo si $B_a \sigma(\varphi)$ para toda función de sustitución σ .

La aceptación lógica oracional es la aceptación de un principio lógico. Si uno acepta el tercero excluido, uno está *dispuesto a aceptar* cualquiera de sus instancias. En ese sentido, es muy distinto aceptar $p \vee \neg p$ como oración particular y aceptar *lógicamente* $p \vee \neg p$ como principio lógico. Pues si lo acepto lógicamente, es decir $L_s(p \vee \neg p)$, entonces debo creer sus instancias: $B_s(q \vee \neg q)$, $B_s((q \wedge r) \vee \neg(q \vee r))$, etc. La creencia en las instancias no es explícita, sino implícita o disposicional (no podemos asumir que un agente tiene infinitas creencias explícitas). El enfoque podría verse como una versión epistémica de la noción de verdad lógica sustitucional de Quine (1970/1998, pp. 99-100): “una oración es lógicamente verdadera si al sustituir sus oraciones constituyentes simples por oraciones cualesquiera, solo resultan verdades”.⁶

Debe notarse que, según la teoría aquí ofrecida, las oraciones del tipo $B_a \varphi$ (“el agente a cree φ ”) no son objeto de aceptación lógica. O en sentido estricto, pueden aceptarse, pero a riesgo de una trivialización: dado que $B_a \varphi$ funciona como atómica según mi noción de sustitución, esto significa que, si un agente acepta lógicamente una oración como $B_a \varphi$, el agente debe creer toda oración. La razón por la que no permitimos aceptar lógicamente estas oraciones es que se trata de enunciados sobre creencias de agentes, que naturalmente carecen de la *generalidad* y la *neutralidad al tópico* que presuntamente tienen las verdades estrictamente lógicas⁷. Esto no significa que uno no pueda aceptar lógicamente oraciones que *contienen* el operador B , como por ejemplo $B_s p \vee \neg B_s p$. El problema se da principalmente en oraciones donde B es el operador principal.

La aceptación lógica oracional, sin embargo, no es suficiente para caracterizar la aceptación lógica en su totalidad. También necesitamos una noción binaria, para representar el concepto binario de

⁵ Para una descripción y crítica de las ideas disposicionalistas sobre la lógica, véase (Besson, 2012).

⁶ Quine compara el enfoque sustitucional con el enfoque interpretacional basado en teoría de modelos. Al contrario de la mayoría de los filósofos, Quine prefiere el enfoque sustitucional, en parte por su desconfianza hacia la teoría de conjuntos. El problema fundamental del enfoque sustitucional (la posibilidad de sobregenerar verdades lógicas al tener un lenguaje restringido) es solucionado al proponer la posible sustitución con lenguajes enriquecidos (p. 106).

⁷ Para la discusión sobre la naturaleza “lógica” de las lógicas epistémicas, véase (Dutilh-Novaes, 2014).

consecuencia lógica. Si no contamos con esa noción, por ejemplo, un agente comprometido con $K3$ (es decir, alguien que no acepta ninguna tautología) sería representado como alguien sin compromisos lógicos. La nueva noción que propongo es la siguiente:

(Aceptación lógica inferencial) Decimos que un agente a considera que $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ implican ψ si y sólo si para cualquier sustitución σ , si a cree $\sigma(\varphi_1), \sigma(\varphi_2) \dots \sigma(\varphi_n)$, entonces a cree $\sigma(\psi)$. En términos formales,

$(\varphi_1 \wedge \dots \wedge \varphi_n) \Rightarrow_a \psi$ si y sólo si para toda función de sustitución σ , si $B_a \sigma(\varphi_1) \dots B_a \sigma(\varphi_n)$, entonces $B_a \sigma(\psi)$.

Es decir, si uno acepta el Modus Ponens, entonces cuando cree premisas de una instancia de Modus Ponens, también cree la conclusión. Para dar un ejemplo más sencillo: si $p \Rightarrow_s (p \vee q)$, entonces si $B_s \neg r$, también debe ser cierto que $B_s (\neg r \vee (s \wedge t))$. Puesto que existe una función de sustitución σ tal que $\sigma(p) = \neg r$ y $\sigma(q) = s \wedge t$.

Este concepto no está libre de problemas. Por un lado, como sostuvo Harman (1986), la lógica no está intrínsecamente relacionada con nuestra manera de razonar. Por ejemplo, a veces un agente puede aceptar Modus Ponens y creer φ y $\varphi \rightarrow \psi$, pero no creer ψ por distintas razones. Puede suceder que el agente no preste demasiada atención a ψ . Sin embargo, la teoría que propongo se basa en un agente *idealizado*, y el propósito es comprender en qué consiste la aceptación lógica; no es una teoría sobre el rol de la lógica en nuestros procesos cognitivos. Por eso no hace falta incluir factores prácticos como la atención o la memoria. Por otro lado, la teoría no se ocupa de procesos diacrónicos sino de un análisis sincrónico de los compromisos de los agentes: el agente puede cumplir con Modus Ponens aceptando la conclusión a partir de las premisas, o rechazando las premisas a partir de rechazar la conclusión. Lo que no puede ocurrir es que el agente idealizado *crea las premisas y no crea la conclusión*, pero hay varias formas de cumplir con este compromiso.

Un problema más sustantivo es que esta noción de aceptación lógica inferencial no puede explicar la paradoja del Prefacio (Makinson, 1965). Se trata de una situación imaginaria en la que una historiadora escribe un libro luego de años de investigación. En el prefacio, la historiadora dice "Este libro es de historia, y la historia es falible, así que hay algunos errores en el libro". Sin embargo, ella cree en todo lo que escribió en el libro, porque cada oración fue escrita teniendo en cuenta la evidencia histórica. La actitud de la historiadora es intuitivamente racional, pero sus creencias son inconsistentes. Ella cree $p_1, p_2, \dots, p_n$, y también cree $\neg(p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n)$. La conclusión que saca Makinson de este ejemplo es que en ocasiones es posible ser racional e inconsistente.

El escenario del Prefacio no se compatibiliza fácilmente con mi criterio de aceptación lógica inferencial (asumiendo que la historiadora acepta que $p_1, \dots, p_n$ implican lógicamente $p_1 \wedge \dots \wedge p_n$). Hay dos maneras de resolver este problema en mi teoría. En primer lugar, uno puede decir que el operador epistémico B no representa ya creencia, sino creencia *con certeza*. En el caso de la paradoja del Prefacio, la fuente del rechazo de la conjunción es que el agente no estaba totalmente seguro sobre muchas de las oraciones del libro. Esto explica su rechazo de la conjunción de todas las oraciones. Pero si estuviera seguro de todas las oraciones, afirmaría también su conjunción. No encontramos gente que diga: "Estoy totalmente seguro de todo lo que escribí en el libro, pero también sé que hay errores".

Una segunda opción es remarcar que la teoría formal ofrecida aquí tiene un alcance restringido, porque sólo evalúa la relación *ideal* entre aceptación lógica y creencia, en un contexto donde no hay evidencia contraria o que genere suspicacias sobre las premisas. Aquí se tomará este segundo camino, para evitar lecturas demasiado restringidas del operador B . Es decir, la idealización también va a aplicarse a los contextos: asumimos por lo tanto que no nos encontramos en un contexto similar al de la paradoja del Prefacio.

Rechazo lógico

Podemos introducir también un nuevo concepto para hacer distinciones más finas. Antes observamos que el dialeteísta (que apoya LP) y el clásico, aunque aceptan lógicamente las mismas oraciones (las mismas tautologías), no aceptan lógicamente las mismas inferencias (por ejemplo, el dialeteísta rechaza Explosión). Para esto sirve la distinción entre aceptación oracional e inferencial.

Pero podríamos también desarrollar una noción para explicar otra diferencia entre los compromisos *oracionales* de ambos agentes. Las oraciones que aceptan lógicamente son las mismas, pero hay una dimensión en la que difieren: mientras que el lógico clásico considera que no podemos aceptar ninguna contradicción (es decir, *rechaza* las contradicciones), el dialeteísta piensa que podríamos aceptar algunas contradicciones. Por eso, podemos introducir la siguiente noción:

(Rechazo lógico) El agente a rechaza lógicamente la oración φ si y sólo si el agente a no cree en ninguna instancia sustitucional de esa oración, y cree en la negación de cada una de esas instancias. En términos formales,

$R_a(\varphi)$ si y sólo si para toda función de sustitución σ , $\neg B_a \sigma(\varphi)$ y $B_a \neg \sigma(\varphi)$.

El concepto de rechazo lógico se usa algunas veces de manera ambigua. Los lógicos intuicionistas, por ejemplo, en ocasiones dicen “rechazar” el principio del tercero excluido, porque no lo aceptan como verdad lógica. De acuerdo con las categorías de mi sistema, lo que ellos quieren decir es que *no aceptan lógicamente* el tercero excluido. Es decir, los lógicos intuicionistas i son tales que $\neg L_i(p \vee \neg p)$. La noción de “rechazo lógico” que desarrollo aquí es más fuerte, porque incluye también la aceptación de la negación; en general, los lógicos solo rechazan lógicamente contradicciones. Aquí no asumo que la noción fuerte de rechazo es mejor que la débil; solo remarco que son distintas, y que mi teoría intenta recoger la primera.

Un ejemplo de aplicación

Podemos mostrar un posible ejemplo de aplicación de la teoría formal. Sea c un lógico clásico, sea d un lógico dialeteísta (alguien que explícitamente cree que algunas contradicciones son verdaderas) que se compromete con LP , y sea k un lógico paracompleto que apoya $K3$.

Si ese fuera el caso, entonces las siguientes oraciones son verdaderas en el modelo que representa sus compromisos (presuponiendo que hay una oración φ que k toma como indeterminada, y que hay una oración ψ que g toma como verdadera y falsa):

- $L_c(p \vee \neg p) \wedge L_d(p \vee \neg p) \wedge \neg L_k(p \vee \neg p)$
- $R_c(p \wedge \neg p) \wedge R_k(p \wedge \neg p) \wedge \neg R_d(p \wedge \neg p)$
- $\neg((p \wedge \neg p) \Rightarrow_d q) \ \& \ ((p \wedge \neg p) \Rightarrow_c q) \wedge ((p \wedge \neg p) \Rightarrow_k q)$

En términos coloquiales, el clásico acepta el tercero excluido, el dialeteísta también, pero el paracompleto no lo acepta. Respecto a las contradicciones, el clásico y el paracompleto las rechazan, pero el dialeteísta no. Finalmente, respecto a Explosión (o *Ex falso sequitur quodlibet*), el dialeteísta no lo acepta inferencialmente, pero el clásico y el paracompleto sí lo aceptan.

3 Una semántica posible

Con el modelo ofrecido, hasta ahora puramente sintáctico, es posible fácilmente representar el desacuerdo lógico y algunos de sus aspectos complejos. Si quisiéramos dar una semántica, necesitamos apelar a la lógica epistémica de forma más directa.

La lógica epistémica tradicional suele asumir que los agentes son lógicamente omniscientes con la lógica clásica, y esa 'idealización' es muy útil para representar juegos o situaciones comunicativas⁸. Sin embargo, para situaciones de desacuerdo lógico, este supuesto resulta exagerado y poco útil. Un lógico divergente sería simplemente tomado como irracional. Por eso aquí utilizaremos una lógica epistémica no-normal, donde no se utiliza la presunción de omnisciencia lógica.

En general, una lógica epistémica es una lógica modal normal con muchas relaciones de accesibilidad (una para cada agente), todas ellas reflexivas, transitivas y simétricas (Fagin, Halpern, Moses, & Vardi, 2004). Es decir, un modelo M de lógica epistémica es una n -tupla $\langle W, R_1, \dots, R_n, v \rangle$, donde W es el conjunto de mundos, R_i es una relación de accesibilidad transitiva, simétrica y reflexiva para cada agente i , y v es una función de valuación. El operador de conocimiento suele definirse así: en un mundo w en un modelo M , decimos que $K_i\varphi$ si y sólo si φ es verdadero en todos los mundos i -accesibles desde w .

La lógica epistémica que desarrollo aquí utiliza lógica clásica en el trasfondo (es decir, no es una lógica divergente), pero respecto a los operadores epistémicos es *no-normal*: los mundos posibles pueden incumplir verdades lógicas clásicas. Esto pretende reflejar que algunos agentes pueden no creer en ciertas tautologías de la lógica clásica. Para admitir mundos anormales y al mismo tiempo tener un sistema no tan débil, usaremos una estrategia común de la lógica no-normal. Vamos a postular un mundo actual $@$, donde los conectivos veritativo-funcionales funcionan a la manera usual. De este modo se mantienen las tautologías clásicas.

La lógica resultante es la siguiente.

Sistema de la aceptación lógica:

Lenguaje primitivo:

Operadores monádicos: $\neg, B_i$

Operadores diádicos: $\vee, \wedge, \rightarrow$

Letras proposicionales: $p, q, \dots$

Modelos:

$M = \langle W, v, R_1, \dots, R_n, @ \rangle$, siendo W un conjunto de mundos epistémicamente posibles, $@$ el mundo normal actual, R_i una relación diádica entre miembros de W , y v una valuación que va de fórmulas de L y mundos a valores de verdad $\{0,1\}$

Semántica

Para los mundos normales w (esto incluye $@$):

La semántica de los conectivos veritativo-funcionales es la clásica.

Respecto al operador intensional: $v_w(B_i\varphi) = \min\{v_w(\varphi) | wR_iw\}$

Validez:

$\Gamma \models A$ si y sólo si, para toda valuación v en todo mundo $@$ en todo modelo M , si $v_@(\Gamma)=1$, entonces $v_@(A)=1$

Nociones definibles:

Para cualquier mundo w ,

Aceptación oracional: $v_w(L) = 1$ si y sólo si $v_w(B_i\sigma(\varphi)) = 1$ para toda función de sustitución σ .

Aceptación inferencial: $v_w((\varphi_1 \wedge \dots \wedge \varphi_n) \Rightarrow_i \psi) = 1$ si y sólo si para toda función de sustitución σ , si $v_w(B_i\sigma(\varphi_1) \wedge \dots \wedge B_i\sigma(\varphi_n)) = 1$, entonces $v_w(B_i\sigma(\psi)) = 1$.

Rechazo lógico: $v_w(R_i(\varphi)) = 1$ si y sólo si para toda función de sustitución σ , $v_w(B_i\sigma(\varphi)) = 0$ y $v_w(B_i\neg\sigma(\varphi)) = 1$.

⁸ Véase Hintikka (1962) para una introducción a las principales motivaciones y características de la lógica epistémica. Otros manuales más avanzados (Fagin, Halpern, Moses, & Vardi, 2004) muestran un gran número de aplicaciones de la lógica epistémica y sistemas similares.

Con este modelo, uno puede tener una visión general de qué sucede en el desacuerdo lógico. En primer lugar, el desacuerdo lógico requiere un desacuerdo en las creencias comunes (es decir, aquellas que no contienen operadores); pues la aceptación lógica, tanto oracional como inferencial, no es un fenómeno especial apartado de la creencia.

En segundo lugar, los agentes lógicamente divergentes pueden interactuar entre sí de maneras bastante interesantes. El sistema permite que uno crea que otro agente acepta determinada lógica. Es decir, si alguien piensa que el otro respeta ciertas leyes lógicas, la interpretación de las creencias del otro corresponderá a eso.

Para dar un ejemplo, si a cree que b acepta el principio de Explosión, entonces si a piensa que b cree una contradicción, entonces a piensa que b cree todo. En otras palabras,

$$B_a((p \wedge \neg p) \Rightarrow_b q) \models B_a B_b(\varphi \wedge \neg \varphi) \rightarrow B_a B_b \psi$$

Prueba: Supongamos que $@ \models B_a((p \wedge \neg p) \Rightarrow_b q)$ y $@ \models B_a B_b(\varphi \wedge \neg \varphi)$. Ahora supongamos por absurdo que $@ \not\models B_a B_b \psi$. Esto significa que hay un mundo w tal que $@R_a w$, y donde $w \models (p \wedge \neg p) \Rightarrow_b q$, $w \models B_b(\varphi \wedge \neg \varphi)$ pero $w \not\models B_b \psi$, porque $@$ es normal y se aplica la definición estándar del operador B . Pero esto no puede suceder. Porque por la definición de aceptación lógica inferencial, para todas las funciones de sustitución σ , si $w \models B_b(\sigma(p) \wedge \neg \sigma(p))$, entonces $w \models B_b \sigma(q)$. Hay una función de sustitución σ tal que $\sigma(p) = \varphi$ y $\sigma(q) = \psi$. Por lo tanto, dado que $w \models B_b(\varphi \wedge \neg \varphi)$, se infiere que $w \models B_b \psi$. Absurdo. $\square$

Con esto puede verse un interesante potencial de la lógica epistémica para la aceptación lógica. No solo podemos recoger nuestras intuiciones sobre la aceptación lógica, sino también reflejar los fenómenos que suceden cuando atribuimos compromisos lógicos a otros agentes.

4 Extensiones posibles

Lógica de predicados

La noción de aceptación lógica desarrollada en este artículo es sustitucional, y está especialmente diseñada para la lógica proposicional. Ciertos problemas van a aparecer al querer capturar la aceptación lógica de enunciados en lógica de primer orden. Oraciones con predicados no serían necesariamente problemáticas, aunque habría que adaptar la noción de *sustitución*: ahora la sustitución no se aplicará sobre letras proposicionales, sino sobre predicados y constantes. Por ejemplo, aceptar lógicamente $Fa \vee \neg Fa$ implica creer $Fb \vee \neg Fb$, $Gb \vee \neg Gb$, etc. Aceptar lógicamente $\forall x(Fx \rightarrow (Fx \vee Gx))$ implica creer $\forall x(Fx \rightarrow (Fx \vee Hx))$, $\forall x(Gx \rightarrow (Gx \vee Fx))$, etc. Es decir, cualquier sustitución uniforme del lenguaje no-lógico debería ser creída. Esto refleja la noción intuitiva de verdad lógica en el famoso texto de Tarski sobre consecuencia lógica (Tarski, 1936/2002). La noción predicativa de sustitución debería sumarse a la posible sustitución de oraciones atómicas por cualquier otra oración.

El problema aparece con oraciones sin predicados. Por ejemplo, oraciones como $\exists x \exists y (x \neq y)$ no pueden modificar su vocabulario no lógico (porque no tienen vocabulario no lógico). Entonces, si son creídas, contarían como lógicamente aceptadas por los agentes (usando la noción de verdad lógica sustitucional). Pero la tradición sostiene que no son verdades lógicas. Llegado este punto debemos admitir que nuestra noción de aceptación lógica está especialmente diseñada para la lógica proposicional, y ninguna versión puramente sintáctica podría explicar por qué $\exists x \exists y (x \neq y)$ no puede ser creída lógicamente.

Una primera opción para responder este problema es aceptar la logicidad de las oraciones sobre cardinalidad: la oración $\exists x \exists y (x \neq y)$ significa simplemente "hay al menos dos objetos". Si bien esto chocaría con la tradición de la lógica contemporánea, es claro que enunciados de este tipo no son empíricos, sino fundamentales o metafísicos. Otra posibilidad es distinguir al símbolo '=' del lenguaje lógico; pero si hiciéramos esto, oraciones como $a = a$ tampoco podrían ser creídas lógicamente. La

tercera forma, quizás poco elegante (pero más similar a la idea original de Tarski), de resolver este problema, es apelar a la semántica. Por ejemplo, agregar un criterio donde *solo oraciones cuya verdad no dependa de la cardinalidad del dominio* pueden ser aceptadas lógicamente. Esto excluiría a oraciones como $\exists x \exists y (x \neq y)$, aunque se escapa del criterio meramente sintáctico que vinimos aplicando hasta este momento.

Metainferencias y subestructuralidad

Otro problema de esta teoría es que, hasta cierto punto, presupone que los sistemas adoptados son *estructurales*. Recientemente distintos filósofos defendieron sistemas lógicos subestructurales (Ripley, 2015), donde leyes básicas como la reflexividad, la monotonía, la contracción o la transitividad son rechazadas. Ciertamente, el sistema aquí presentado no está bien adaptado a las lógicas subestructurales. La reflexividad se sigue por la definición de aceptación inferencial. La transitividad también se asume por defecto, ya que aceptar inferencialmente que *A* implica *B* significa creer *B*, cuando uno cree *A*. Lo mismo sucede con la monotonía y la contracción.

Como he señalado, el alcance de la teoría original es limitado: originalmente queríamos demostrar cómo funcionaría esta dinámica de la aceptación lógica para agentes clásicos, y para aquellos que aceptan K3 o LP. También mencionamos a los intuicionistas. Pero en todos estos casos, estamos hablando de lógicas estructurales.

¿Es posible extender el sistema para abarcar también a las lógicas subestructurales? Esto no es claro. Debemos observar que la noción de *aceptación inferencial* antes desarrollada presupone la estructuralidad: si acepto las premisas, acepto la conclusión (transitividad); no hace diferencia aceptar las premisas “dos veces” o una sola vez (contracción); y tampoco hace diferencia aceptar premisas adicionales, una vez que se acepta la validez de un argumento (monotonía). Es decir, si queremos recoger la aceptación de lógicas subestructurales, deberíamos modificar el planteo.

Una opción para poder representar la subestructuralidad es utilizar solamente una noción de aceptación *oracional*, y representar la noción de consecuencia mediante un conectivo de implicación lógica (distinto al condicional). Esta estrategia es común en la lógica relevantista, especialmente en el enfoque de Anderson y Belnap (1975); la idea de estos autores es introducir un cálculo con un conectivo especial de implicación, y luego redefinir la consecuencia a partir de ese conectivo. No voy a elaborar una propuesta de este tipo aquí (se excede del objetivo de mi artículo), pero voy a sugerir una posible ruta. Podríamos definir la *implicación lógica* como un conectivo ($\rightarrow$): este conectivo podría no cumplir reflexividad ($A \rightarrow A$), transitividad ($(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow B$)⁹ monotonía ($(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \wedge C) \rightarrow B)$) o contracción ($((A \wedge A) \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow B)$).¹⁰ De este modo, por ejemplo, un agente *i* podría no aceptar la reflexividad lógica: $\neg Li(A \rightarrow A)$.

Naturalmente, la teoría se vuelve mucho más débil y menos explicativa que la teoría original, porque perdemos los principios estructurales. Además, será necesario encontrar una nueva semántica para el operador $\rightarrow$, que como sabemos a partir de la lógica relevante, no es nada fácil; dejamos ese objetivo para el futuro. Sin embargo, se mantiene el eje central, que es considerar la aceptación lógica como una forma de aceptación *genérica* de una oración, basada en la sustitución uniforme.

Finalmente, qué tipo de noción de aceptación lógica uno elija, dependerá de qué tipo de fenómenos epistémicos está buscando representar en la teoría. En este artículo, nos concentramos en los enfoques puramente estructurales.

⁹ Nótese que el Modus Ponens debería escribirse con el condicional usual: $(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow B$, y por eso es distinto del enunciado de transitividad, que solo utiliza el conectivo de implicación lógica.

¹⁰ En sentido estricto, aquí deberíamos utilizar un conectivo distinto de la conjunción. Por ejemplo el operador de fusión $\otimes$. Por simplicidad, usamos la conjunción; pero una teoría más elaborada sobre el tema requeriría un lenguaje más sofisticado.

5 Conclusión

En este artículo, se presentó una teoría sobre la aceptación y el rechazo lógicos, siguiendo un proyecto que planteó originalmente Lokhorst (1997). La idea es poder recoger la racionalidad dentro del desacuerdo lógico (que no debe ser esencialmente distinto a otros desacuerdos), y poder modelar distintas posiciones dentro de la filosofía de la lógica, como el relativismo y el pluralismo.

Según la noción aquí propuesta, la aceptación y el rechazo lógicos dependen de nuestras creencias de primer orden, al menos en un contexto ideal. Para esto utilizamos una función de sustitución, que logra representar el concepto de forma lógica. Definimos la aceptación lógica *oracional* como la creencia en una oración y en todas las oraciones con la misma forma lógica. Por otro lado, la aceptación lógica *inferencial* es la idea de que para esa inferencia y cualquier otra de la misma forma, si creemos las premisas, creemos la conclusión. Para ejemplificar, usamos lógicas trivaluadas de la familia de Kleene Fuerte, como LP o K3; estos son casos interesantes, porque K3 no tiene teoremas, y LP tiene los mismos teoremas que la lógica clásica (pero menos inferencias válidas). Por ejemplo, aceptar oracionalmente LP es equivalente a aceptar oracionalmente la lógica clásica, pero lo mismo no ocurre con la aceptación inferencial.

Hacia el final, se presentó una teoría semántica basada en estas nociones, con la estructura de una lógica epistémica, aunque apelando a una semántica no-normal. Mostré que este sistema nos permite modelar algunos casos interesantes de interacción, por ejemplo, la atribución de compromisos lógicos entre agentes. Queda para un trabajo futuro la extensión de esta propuesta para otro tipo de lógicas, como las subestructurales, o la lógica de primer orden.

Referencias

- ANDERSON, A.; BELNAP, N. 1975. *Entailment: The Logic of Relevance and Necessity I*. Princeton: Princeton University Press.
- BARRIO, E. (Ed.). 2014. *La lógica de la verdad*. Eudeba.
- BEALL, J. 2009. *Spandrels of Truth*. Oxford University Press.
- BEALL, J.; RESTALL, G. 2006. *Logical Pluralism*. Oxford: Oxford University Press.
- BESSON, C. 2012. Logical knowledge and ordinary reasoning. *Philosophical Studies*, **158**(1): p. 59-82.
- BOGHOSSIAN, P. 2000. Knowledge of Logic. In P. Boghossian, & C. Peacocke, *New Essays on the A Priori*. Oxford University Press.
- DUMMETT, M. 1978. *Truth and other Enigmas*. Harvard University Press.
- DUTILH-NOVAES, C. 2014. Undergeneration of Permutation Invariance as a Criterion for Logicality. *Erkenntnis*, **79**(1): p. 81-97.
- FAGIN, R.; HALPERN, J.; MOSES, Y.; VARDI, M. 2004. *Reasoning about Knowledge*. The MIT Press.
- FIELD, H. 2008. *Saving Truth from Paradox*. Oxford University Press.
- FIELD, H. 2015. What is Logical Validity. In C. Caret, & O. Hjortland, *Foundations of Logical Consequence*. Oxford: Oxford University Press.
- HAACK, S. 1991. *Filosofía de las Lógicas*. Cátedra.
- HARMAN, G. 1986. *Change in View*. The MIT Press.
- HINTIKKA, J. 1962. *Knowledge and Belief: An introduction to the Logic of the Two Notions*. Cornell University Press.
- KRIPKE, S. 1975. Outline of a Theory of Truth. *Journal of Philosophy*, **72**(19): p. 690-716.

- LOCKHORST, G.-J. 1997. The logic of logical relativism. *Logique et Analyse*, **41**(161/163): p. 57-65.
- LUKASIEWICZ, J. 1922/1975. Sobre el determinismo. In: J. Lukasiewicz, *Estudios de Lógica y Filosofía* (pp. 20-33).
- MAKINSON, D. 1965. The paradox of the Preface. *Analysis*, **25**(6): p. 205-207.
- MAKINSON, D. 2005. *Bridges from Classical to Nonmonotonic Logic*. College Publications.
- PRIEST, G. 2006. *In Contradiction*. Oxford University Press.
- PRIEST, G. 2008. *An Introduction to Non-Classical Logics*. Oxford University Press.
- PRIEST, G. 2014. Revising Logic. In P. Rush, *The Metaphysics of Logic* (pp. 211-223). Cambridge: Cambridge University Press.
- QUINE, W. 1970/1998. *Filosofía de la Lógica*. (M. Sacristán, Trans.) Alianza Editorial.
- RIPLEY, D. 2015. Comparing substructural theories of truth. *Ergo*, **2**(13).
- SMITH, N. 2008. *Vagueness and Degrees of Truth*. Oxford University Press.
- TARSKI, A. 1936/2002. On the concept of following logically. *History and Philosophy of Logic*, **23**(3): p. 155-196.
- WILLIAMSON, T. (2017). Semantic Paradoxes and Abductive Methodology. In B. Armour-Garb, *Reflections on the Liar* (pp. 325-346). Oxford: Oxford University Press.

Submetido em 16 de maio de 2023.

Aceito em 21 de janeiro de 2025.