

Análise da Curva de Juros Reais no Brasil

Analysis of the Real Yield Curve in Brazil

Rafael Cardoso do Nascimento¹

Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ
rafael.cardoso@coppead.ufrj.br

Carlos Heitor Campani¹

Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ
carlos.heitor@coppead.ufrj.br

Raphael Moses Roquete¹

Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ
raphael@facc.ufrj.br

Resumo: Este trabalho analisa o histórico da estrutura a termo de juros reais, obtida através do modelo de Svensson e disponibilizada pela Associação Brasileira das Entidades do Mercado Financeiro e de Capitais (ANBIMA). Tal curva é de grande valia no mercado e possui diversas aplicações, tais como a realização de teste de adequação de passivos para a indústria seguradora, estimativa da inflação esperada (IPCA) ou mesmo a marcação de títulos a mercado. A partir de uma análise histórica, considerando dados diários de fechamento de 21/09/2009 a 28/06/2019, identificamos algumas discrepâncias que precisam ser reconhecidas e discutidas. Há uma sensibilidade exagerada do modelo a períodos de instabilidade política e erros não desprezíveis na estimativa de taxas de curto prazo, bem como uma volatilidade exagerada nas taxas de longo prazo. Tais observações sugerem cautela aos entes do mercado que utilizam a curva. Existem variações abruptas nos parâmetros, bem como taxas de curtíssimo prazo negativas muitas vezes, algo totalmente fora da realidade brasileira. Foram observadas também taxas com volatilidade acima do previsto em teoria, trazendo incertezas para os participantes do mercado.

Palavras-chave – ETTJ; Extrapolação; Taxas à Vista; Taxas a Termo; Juros Reais.

¹ Universidade Federal do Rio de Janeiro – Rua Pascoal Lemme, 355 – Cidade Universitária – CEP 21941-918 – Rio de Janeiro (RJ) – Brasil

Este é um artigo de acesso aberto, licenciado por Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0), sendo permitidas reprodução, adaptação e distribuição desde que o autor e a fonte originais sejam creditados.

Abstract: This paper analyzes the history of the real interest rate term structure, obtained through the Svensson model and made available by the Brazilian Association of Financial and Capital Market Entities (ANBIMA). Such curve is of great value in the market and has several applications, such as performing liability adequacy test for the insurance industry, estimating expected inflation (IPCA) or even marking securities to market. From a historical analysis, considering daily closing data from 09/21/2009 to 06/28/2019, we identified some discrepancies that need to be recognized and discussed. There is an exaggerated sensitivity of the model to periods of political instability and not negligible errors in estimating short-term rates, as well as exaggerated volatility in long-term rates. These observations suggest caution to market entities that use the curve. There are abrupt variations in the parameters, as well as negative very short-term rates, which are often completely out of the Brazilian reality. Rates with volatility above theoretically predicted were also observed, bringing uncertainty to market participants.

Keywords – ETTJ; Extrapolation; Spot Rate; Expected Rate; Yield Curve.

Introdução

Neste estudo, realiza-se uma análise histórica da curva de juros reais (IPCA) baseada no modelo de Svensson e disponibilizada pela ANBIMA – Associação Brasileira das Entidades do Mercado Financeiro e de Capitais. O foco da análise concentra-se nas discrepâncias encontradas, que evidenciam problemas de precificação na curva e traz à tona as seguintes questões:

- i. Será o modelo de Svensson o melhor disponível para o mercado financeiro brasileiro?
- ii. Será eficaz o processo matemático computacional utilizado pela ANBIMA para estimação dos parâmetros diários do modelo?

Note-se que as perguntas acima são correlacionadas, mas não necessariamente iguais, isto pois existe a possibilidade de o modelo ser o mais eficaz, porém mal estimado.

Um dos tópicos mais debatidos da teoria das finanças remete à maneira como lidamos com a incerteza em relação ao futuro. E isto não é diferente no contexto das taxas de juros. Para tal, procura-se estabelecer modelos matemáticos que buscam descrever como determinada taxa de juros se comporta em função do prazo. Esses modelos devem então ser testados em vista de serem ou não adequados para a utilização prática pelo mercado.

Com um mercado volátil e com características peculiares em função de características locais e de seu próprio desenvolvimento, cada país acaba por adotar um modelo não necessariamente igual para a curva de juros: tal modelo precisa ser o mais aderente possível às condições do mercado financeiro local.

No Brasil, a instituição responsável por calcular a curva de juros à vista é a ANBIMA, que utiliza o conhecido e reconhecido modelo de Svensson (1994). Tal modelo configura o que o mercado chama de Estrutura a Termo da Taxa de Juros (ETTJ) e denotaremos simplesmente como Curva ANBIMA. Ressalta-se que a curva analisada neste estudo é a de juros reais (tendo o IPCA como índice inflacionário).

Embora consolidado na literatura acadêmica internacional, por ser mais robusto em relação ao modelo do qual deriva (Nelson & Siegel, 1987), o modelo de Svensson possui limitações intrínsecas. Por apresentar mais parâmetros, existe o natural *trade-off* entre um modelo mais flexível, porém menos parcimonioso. Ele é mais flexível por ser capaz de capturar estruturas um pouco mais complexas, mas o maior número de parâmetros que precisam ser estimados aumenta a margem de erro de estimação do modelo e o esforço computacional.

O uso de uma curva de juros consistente e mais bem alinhada ao mercado se justifica pela necessidade de precificação de ativos financeiros com fluxos de caixa em horizontes de tempo não precificados diretamente no mercado.

Para se ilustrar a importância deste estudo, ressaltamos que a provisão acumulada, somente em previdência privada aberta, abarcava um total de R\$ 826,6 bilhões em outubro de 2018 (FenaPrevi, 2019). A curva de juros reais apresenta grande relevância dentro do mercado previdenciário, pois é utilizada para precificar passivos previdenciários, normalmente de longo prazo. Uma curva que não reflita o mercado de forma adequada pode expor diversos *players* a riscos adicionais e desnecessários, fazendo com que tais riscos sejam precificados em produtos previdenciários, tornando-os menos atrativos para o cliente final. Com isso, acreditamos, de forma convicta, que a análise desenvolvida por este artigo seja de grande valia para todos os agentes envolvidos no mercado de previdências uma vez que o uso de uma estrutura a termo confiável se torna quase que mandatório para o desenvolvimento e maior eficiência do mercado previdenciário. Tal análise, decerto, é igualmente válida para outros setores

do mercado tais como, por exemplo, o mercado de crédito e o mercado de derivativos de taxas de juros. Este estudo jamais fora realizado no Brasil até o presente momento, o que comprova sua importância.

Revisão da Literatura

Embora a curva de Svensson (1994) tenha sido tratada em diversos estudos, o mesmo não se pode afirmar sobre uma abordagem mais objetiva sobre a curva de juros utilizada e disponibilizada pela ANBIMA (normalmente conhecida como curva ANBIMA). Mencionamos a seguir alguns estudos que tratam de maneira pontual certos aspectos da metodologia. Faz-se mister ressaltar que o presente artigo se posiciona à frente da literatura atual, através de um estudo mais abrangente, e que trata aspectos únicos encontrados na curva de juros reais (IPCA) do mercado brasileiro.

Há severa escassez de estudos tratando objetivamente da curva ANBIMA. No Brasil, estudos recentes se concentram na análise de novos modelos (Araújo, Barbedo, & Vicente, 2013; Cassettari & Chiappin, 2018; Sartori & Eckhard, 2017), estratégias de imunização (Meirelles & Fernandes, 2018), ou trabalhos que mencionam fatores macroeconômicos e impactos na ETTJ, como no trabalho de Stona et al. (2015), ou ainda impactos na estrutura dos passivos previdenciários no mercado de seguros (Duarte et al., 2015). Também é possível encontrar um trabalho mencionando a estimação dos parâmetros por intermédio do método dos mínimos quadrados para um dia específico (diferente da ANBIMA que utiliza o algoritmo genético para cálculo de seus fatores) (Dario, Dario, Gonçalves, Ganacim, & Frota, 2019).

Embora exista relevância em tais estudos, os mesmos carecem de uma análise mais acurada da própria ETTJ, objetivo deste trabalho. Pelo melhor do nosso conhecimento, não há estudo que analise a estrutura da curva, ou quaisquer outros aspectos relevantes.

No cenário internacional, ainda que se encontre um maior número de estudos focando na estrutura a termo da taxa de juros, tais estudos não são muitos e são espaçados temporalmente. Apesar de não haver um consenso sobre melhores práticas ou os melhores modelos a serem aplicados, tal heterogeneidade é um ponto positivo para novas pesquisas no Brasil, uma vez que tais fontes podem ser exploradas, enriquecendo o cenário empírico brasileiro e trazendo inovação e segurança para o mercado.

O estudo recente de Shang e Zheng (2018) apresenta um modelo alternativo para a curva de juros chinesa e analisa o caso presente da China, onde a curva atual, que utiliza como base o modelo de

interpolação de Hermite, apresenta erros de previsão muito grandes para períodos em um horizonte mais curto. O estudo sugere que o modelo proposto pelos autores (modelo de frequência mista) se torna uma opção viável para mitigar os erros de precisão no curto prazo.

Com um estudo generalista, Chinn e Kucko (2010), buscaram evidências de que as curvas de juros atuais servem como um parâmetro eficiente para prever a atividade econômica futura, observando erros e discrepâncias. Foram analisadas as curvas oficiais dos Estados Unidos, França, Alemanha, Itália, Japão, Holanda, Suécia e Reino Unido. Com uma base de 1970 até 2013, os autores indicam que ainda há poder preditivo na curva, embora ressaltem resultados imprecisos ao se prever dois anos à frente. Isso levanta a hipótese de que a crise iniciada em 2008 pode ter afetado o poder preditivo dos modelos, sendo necessária uma revisão dos parâmetros utilizados. Impactos da crise ou de momentos de grande volatilidade não foram apresentados em estudos nacionais, e nem procedimentos de ajuste dentro da metodologia utilizada pela ANBIMA.

Gürkaynak, Sack e Wright (2010), realizaram um estudo mais profundo onde descrevem a metodologia utilizada pelo Federal Reserve para ajustar a curva de juros suavizada com base nos títulos de dívida indexada pelo Tesouro estadunidense, no período de 1999 até 2009. Além da análise como um todo, a maior contribuição dos autores foi levantar a questão de que a expectativa de inflação é distorcida pelos componentes do prêmio de risco e prêmio de liquidez. Os títulos de dívida utilizados para o estudo são aqueles protegidos pela inflação (conhecido como TIPS – *Treasury Inflation Protected Securities*), que constituem a versão estadunidense do TESOIRO IPCA+ do Tesouro brasileiro. Tal resultado naturalmente sugere um estudo paralelo à análise dos autores no mercado brasileiro.

De forma contemporânea, Kladvko (2010) utiliza um modelo de curva de rendimento de Nelson e Siegel, mas com algumas restrições de limites inferiores em seus parâmetros. Tais restrições têm o intuito de prevenir mudanças abruptas nos parâmetros utilizados, dando assim validade econômica ao modelo. A curva estimada tinha dados diários de 1999 até 2009. O caso do estudo feito por Kladvko (2010) é particularmente notável já que tal metodologia norteia os cálculos feitos na República Tcheca desde então.

Por conta dos pontos de inacurácia dos modelos analisados por essas pesquisas, pode-se concluir a relevância de um estudo mais aprofundado para a ETTJ brasileira. Neste trabalho, busca-se ter uma

visão mais clara e informativa a respeito do modelo utilizado pela ANBIMA. Os problemas discutidos ao longo deste estudo devem ser melhor conhecidos para que os integrantes do mercado estejam cientes da limitação do uso da curva em suas mais diversas aplicações. Se em alguns casos as limitações aqui discutidas podem não ter grande relevância, em outros elas podem tornar uma aplicação totalmente imprecisa.

A Curva ANBIMA de Juros Reais

De acordo com a teoria das expectativas, conforme Hull (2017), as taxas de juros de longo prazo devem, de alguma maneira, refletir as taxas de curto prazo que são esperadas em uma data futura. Uma vez que temos a taxa média, representada pela taxa à vista no mercado (como o CDI, por exemplo), temos também a taxa a termo, representando justamente o reflexo das taxas de curto prazo que são esperadas para o futuro. Tal relação entre taxas é dada pela estrutura a termo da taxa de juros, comumente chamada de curva de juros. Simplesmente falando, a estrutura a termo da taxa de juros representa a relação entre a taxa de juros à vista de mercado e o vencimento da operação. Tal relação é normalmente representada graficamente no plano cartesiano.

Uma vez que a política econômica no Brasil se utiliza da taxa de juros como principal instrumento de política monetária, uma análise mais acurada do caso brasileiro se faz relevante, dado que a curva pode fornecer informações importantes a respeito das expectativas futuras em relação aos juros de mercado e principalmente da inflação. Eventuais erros do modelo que gera a curva podem causar erros de avaliação consideráveis.

No Brasil, a ANBIMA constitui-se em uma representante de diversas instituições do mercado financeiro e de capitais (bancos, gestoras, corretoras e outros participantes), e disponibiliza duas curvas de juros baseadas nos títulos do Governo, uma de juros nominais¹ e outra de juros reais (com a metodologia própria que pode ser observada no site da instituição (ANBIMA, 2010)). A curva de juros nominais é elaborada a partir de todos os títulos pré-fixados, a saber: TESOURO PREFIXADO (com

¹ A instituição também calcula a estrutura a termo da taxa de juros em sua versão intradiária, obtida a partir dos dados de spreads de compra e venda coletados às 12h. Tal curva intradiária possui também uma versão a partir de títulos pré-fixados e outra indexada ao IPCA (ANBIMA, 2019).

cupons semestrais de 10% a.a.) e TESOURO SELIC (sem nenhum tipo de cupom). Por sua vez, a curva de juros reais é calculada a partir dos títulos pós fixados e indexados ao índice IPCA de inflação (Índice de Preços ao Consumidor Amplo, calculado pelo IBGE), títulos esses denominados TESOURO IPCA+ (antigamente conhecidas como NTN-B, com cupons semestrais de 6% a.a. ou sem cupons). Em ambos os casos, utilizam-se os preços negociados no mercado secundário devido à maior liquidez deste. Para fins deste trabalho, iremos abordar somente a curva de juros reais, definida com base nos preços de fechamento de mercado. Tal escolha advém da importância observada por utilizadores do mercado, tanto para a precificação de benefícios previdenciários, quanto para a própria adequação de seus passivos. Também é importante, mencionar que o uso do IPCA na curva, por ser suscetível a grandes variações em períodos mais longos, traz insegurança em relação à utilização da curva. Não foi realizado, para fins de comparação, qualquer análise para a curva nominal, dedicando o estudo somente à curva real.

Por definição, temos que o preço de cada TESOURO IPCA+ é igual ao valor presente do fluxo de caixa futuro gerado pelo emissor (no caso, o Tesouro Nacional), onde cada fluxo é dado pelo cupom emitido no período e no vencimento somado ao valor de face do título. Para se calcular o valor presente, necessita-se de uma taxa de desconto. Se esta taxa é considerada constante, denomina-se esta taxa de *yield to maturity*, dado através das pressões de compra e venda do título no mercado. Mas para os objetivos deste artigo, esta taxa de desconto é variável e dependente do prazo do fluxo considerado. Neste contexto, podemos descrever matematicamente o preço do título a partir da seguinte equação (1):

$$P(T) = \sum_{t=t_0}^T F_t \cdot b(t) + \varepsilon_t \quad (1)$$

onde temos a seguinte notação:

$P(T)$: preço de determinado título TESOURO IPCA+ com vencimento na data T ;

t : variável que representa os prazos, em anos (dias úteis/252), de todos os fluxos de caixa do título, sendo t_0 o prazo específico do próximo fluxo;

T : prazo, em anos (dias úteis/252), do título (ou seja, do último pagamento, correspondente ao principal do mesmo);

F_t : fluxo de caixa a se realizar no prazo t , em anos (dias úteis/252);

ε_t : erro de precificação cometido pelo modelo para o título;

$b(t)$: função de desconto discreta, definida pela equação:

$$b(t) = \frac{1}{(1 + r(t))^t}$$

Na função de desconto discreta, temos $r(t)$ como a taxa de juros utilizada para o fluxo de caixa a ocorrer no prazo t . Tal função pretende representar, da melhor maneira possível, a estrutura a termo da taxa de juros, ou simplesmente, a curva de juros.

Existe toda uma variedade de modelos que podem ser utilizados para a taxa de desconto da função discreta. Especificamente para as curvas de juros da ANBIMA, é utilizado o de modelo de Svensson (1994), que tem o objetivo de estimar em determinado dia (*hoje*), a taxa de juros contínuos ao ano ($r_{S,0}(t)$) em função do prazo (t), calculado em anos (base dias úteis/252), segundo a equação abaixo (2):

$$r_{S,0}(t) = \beta_1 + \beta_2 \left(\frac{1 - e^{-\lambda_{1,t}}}{\lambda_{1,t}} \right) + \beta_3 \left(\frac{1 - e^{-\lambda_{1,t}}}{\lambda_{1,t}} - e^{-\lambda_{1,t}} \right) + \beta_{4,hoje} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_{2,t}}}{\lambda_{2,t}} - e^{-\lambda_{2,t}} \right) \quad (2)$$

Tal modelo é uma extensão do modelo dinâmico desenvolvido por Nelson e Siegel (1987). Tanto o modelo proposto por Nelson e Siegel, quanto a extensão elaborada por Svensson, se tornaram modelos largamente utilizados em outros países, tais como Finlândia (Saarinen, 2012), Alemanha, França e Grécia (Nymand-Andersen, 2018), República Tcheca (Kladívko, 2010), e também Noruega, Espanha e Suíça (Aljinović & Katalinić, 2012).

Para a correta aplicação da taxa na precificação de títulos, faz-se necessário transformar a taxa contínua do modelo na taxa discreta equivalente, conforme a equação abaixo (3), onde $r(t)$ representa a taxa discreta para o mesmo período considerado na taxa contínua do modelo de Svensson:

$$r = \exp(r_S(t)) - 1 \quad (3)$$

Para construir a curva, a ANBIMA coleta informações referentes a negociações realizadas entre os diversos participantes do mercado. Para a curva ora analisada, tais dados são, na verdade, os preços de fechamento de todos os títulos TESOURO IPCA+ negociadas no mercado secundário. A partir destes

dados, um procedimento matemático estima os melhores parâmetros ($\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \lambda_1$ e λ_2), que minimizam os erros do modelo em relação aos preços efetivamente negociados no fechamento do mercado. Mais precisamente, tais parâmetros são obtidos via otimização, através da minimização dos erros quadráticos do modelo de precificação, e ponderados pelo inverso da *duration* de cada título (W_i), e em seguida, para diminuir a possibilidade do risco de falsa convergência (quando a otimização atinge um mínimo local e não global) é utilizado um algoritmo genético desenvolvido pela própria ANBIMA. A otimização através da minimização dos erros quadrados, ponderados pelo inverso da *duration* como mostra a equação de otimização (4):

$$\text{Min } \sum_{i=1}^N W_i (P_i - \sum_{t=t_0}^T F_{i,t} b(t_{i,j}))^2 \quad (4)$$

O ponderador W_i é utilizado para atenuar a diferença de sensibilidades às taxas, uma vez que ativos de curto prazo sofrem maiores diferenças conforme a variação das taxas de juros. Dessa forma, utiliza-se como ponderador W_i o inverso da *duration* do título i , exatamente para equilibrar a otimização. Em outras palavras, o objetivo é dar maior peso aos erros de precificação em títulos de curto prazo, tendo em vista que o impacto de erros da taxa é pequeno no preço; por outro lado, deseja-se reduzir o peso de erros de precificação em títulos de longo prazo por conta de esses serem majorados mesmo quando oriundos de pequenos erros na taxa de juros.

O coeficiente β_1 é dado como o fator de longo prazo, pois quando o prazo tende ao infinito (indicando o longuíssimo prazo), todos os demais termos da equação decaem a zero. O termo β_2 é um fator de curto prazo, uma vez que quando o prazo tende a zero, os termos atrelados a β_3 e β_4 decaem a zero. Em outras palavras, tem-se os limites abaixo (5, 6):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r_S(t) = \beta_1 \quad (5)$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} r_S(t) = \beta_1 + \beta_2 \quad (6)$$

Análise da Curva de Juros Reais no Brasil

O fator β_3 , um dos determinantes da curvatura presente na curva, atinge determinado pico e após isso decai para zero. Tal comportamento é semelhante ao do fator β_4 , inserido no modelo por Svensson (1994) juntamente com o fator de decaimento λ_2 com o intuito de dar à curva mais aderência para o cálculo de taxas em prazos mais longos.

O fator β_4 é de extrema importância no modelo, uma vez que tal fator mantém o nível da curva estável quando são levados em conta períodos muito longos (em geral acima de 10 anos), fato observado por Diebold e Rudebusch (2013). Também atua impedindo uma queda repentina quando os juros de período mais curto estão em queda, uma vez que seu decaimento é substancialmente mais lento em função da diferença entre os parâmetros λ_1 e λ_2 . As equações e demais expressões desta sessão são provenientes da metodologia disponibilizada pela ANBIMA (ANBIMA, 2010).

Dados e Análise Histórica da Curva

Os dados coletados consistem da série diária do conjunto de todos os parâmetros calculados e divulgados pela ANBIMA para o modelo de Svensson ($\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \lambda_1$ e λ_2), bem como a série diária de erros de precificação da curva para todos os títulos TESOURO IPCA+ disponíveis no mercado diariamente. Os dados históricos foram solicitados diretamente à ANBIMA, que gentilmente os cedeu para os autores desta pesquisa, e foram então atualizados diariamente através do site da instituição. A base utilizada para este estudo contempla os dados diários de 21 de setembro de 2009 até 28 de junho de 2019, que compreende os dados gerados desde o nascimento da série de parâmetros do modelo até a finalização deste estudo.

Com os dados coletados e ao longo do período citado, foram calculadas as estatísticas descritivas para cada um dos parâmetros existentes no modelo de Svensson:

Tabela 1.
Dados históricos – ANBIMA (ETTJ IPCA).

Estatísticas	Beta_1	Beta_2	Beta_3	Beta_4	Lambda_1	Lambda_2
Valor Médio	5,78%	3,68%	-2,72%	-5,75%	2,39	0,68
Volatilidade	0,75%	18,39%	249,12%	247,75%	1,41	0,49
Coef. de Variação	13,05%	500,36%	9166,60%	4311,29%	59,07%	73,17%
Mínimo	4,08%	-9,64%	-565,27%	-11795,87%	0,05	0,03
Máximo	9,28%	266,65%	11804,08%	552,20%	10,00	3,59

Fonte: Elaboração própria com dados de 21/09/2009 a 28/06/2019.

Análise da Curva de Juros Reais no Brasil

Uma análise atenta da Tabela 1 ressalta a volatilidade e a amplitude das estimativas do parâmetro β_1 , que nada mais é do que a taxa de longo prazo na curva, bem como os altos coeficientes de variação das estimativas dos parâmetros β_3 e β_4 . Por um lado, a taxa de longuíssimo prazo era de se esperar não ser tão afetada por efeitos de curto prazo na economia brasileira, mas a falta de títulos com prazos mais longos dificulta a estimação de qualquer modelo de curva de juros. Já em relação aos coeficientes β_3 e β_4 , em particular, as suas volatilidades e os seus coeficientes de variação já apontam indícios de fragilidade no modelo ou até mesmo dificuldade de ponderação e otimização dos parâmetros utilizados.

Pode-se observar as altas variações dos parâmetros β_3 e β_4 nos exemplos reunidos na Tabela, considerando dados de dezembro de 2017.

Tabela 2.
Parâmetros β_3 e β_4 em dezembro de 2017.

Datas	Beta_3	Beta_4
11/12/2017	-180,83%	149,22%
08/12/2017	-149,98%	121,80%
07/12/2017	-135,94%	109,06%
06/12/2017	-128,20%	101,87%
05/12/2017	-130,72%	103,92%

Fonte: Elaboração própria.

Procedendo com uma análise histórica dos juros de longo e curto prazos, obtidos por intermédio dos fatores β_1 , β_2 fornecidos diariamente ao mercado, através do modelo de Svensson utilizado pela ANBIMA, foram gerados os gráficos das Figura e 2. As figuras representam o limite da curva com a variável t em duas situações distintas.

Na Figura 1, temos t tendendo ao infinito, indicando o longuíssimo prazo. Na figura 2 temos a variável t tendendo a zero, representando o curtíssimo prazo. Como a equação de Svensson tende ao parâmetro β_1 no primeiro caso e $\beta_1 + \beta_2$ no segundo caso, temos tão somente a série histórica de β_1 na Figura 1 e a série histórica da soma $\beta_1 + \beta_2$ na Figura 2.

Análise da Curva de Juros Reais no Brasil



Figura 1. Dados históricos – taxa de longo prazo*.

Obs.: (*) Representando o limite da curva com a variável t tendendo ao infinito ($\lim_{t \rightarrow \infty} r_{Svensson}(t) = \beta_1$).

Fonte: Elaboração própria.

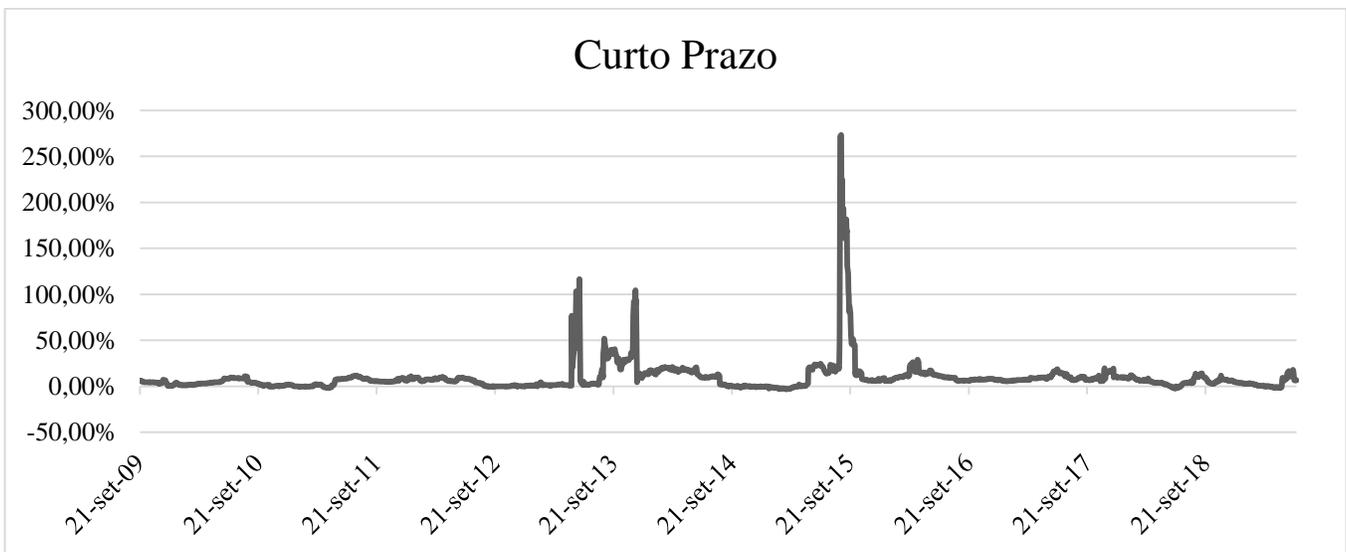


Figura 2. Dados históricos – taxa de curto prazo*.

Obs.: (*) Representando o limite da curva com a variável t tendendo a zero ($\lim_{t \rightarrow 0} r_{Svensson}(t) = \beta_1 + \beta_2$).

Fonte: Elaboração própria.

Análise da Curva de Juros Reais no Brasil

Visando auxiliar a compreensão dos gráficos com as séries históricas das Figura e 2 apresentadas acima, tem-se as seguintes estatísticas descritivas:

Tabela 3.

Estatísticas descritivas para as séries de juros de longo e curto prazo.

Estatísticas	Longo Prazo	Curto Prazo
Valor Médio	5,78%	9,45%
Volatilidade	0,75%	18,60%
Coefficiente de Variação	13,05%	196,83%
Mínimo	4,08%	-3,28%
Máximo	9,28%	273,27%

Fonte: Elaboração própria com dados de 21/09/2009 a 28/06/2019.

Na Tabela, observa-se um alto coeficiente de variação para os parâmetros β_2 , β_3 , β_4 (500%, 9167% e 4311%, respectivamente). Da mesma forma, o coeficiente de variação para taxa de curto prazo é extremamente alto (quase 200%), como mostra a Tabela.

Inconsistências nas Taxas de Longo e de Curto Prazo

Deve-se assumir como necessárias as restrições na estimativa dos fatores:

$$\beta_1 > 0, \beta_1 + \beta_2 > 0, \lambda_1 > 0 \text{ e } \lambda_2 > 0 \quad (7)$$

Tais restrições devem ser satisfeitas uma vez que λ_1 e λ_2 são os parâmetros que determinam a velocidade de decaimento dos fatores β_2, β_3 e β_4 , e para longuíssimo e curtíssimo prazo (como limite respectivamente β_1 e $\beta_1 + \beta_2$), mantendo assim a devida coerência econômica (Franklin Jr., Duarte, Neves, & Melo, 2012).

Pode-se observar nas estatísticas descritivas da

Tabela que, em um dado momento, a taxa de curto prazo atingiu o mínimo histórico de -3,3% (em 09 de março de 2015), contrariando uma das restrições para a compreensão e sentido econômico do modelo, uma vez que $\beta_1 + \beta_2$ representa o juros de curto prazo. Observando a série histórica dos juros

Análise da Curva de Juros Reais no Brasil

de curto prazo, há 262 instâncias em que a taxa se mostrou negativa, e uma em que β_2 além de ser negativo, era maior que o fator β_1 em módulo.

Considerando o período estudado, conforme descrito na seção **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, foram avaliadas 2.453 observações diárias (contando apenas os dias úteis, quando os títulos TESOURO IPCA+ estão disponíveis no mercado para a otimização dos fatores). Sendo assim, o número de observações negativas para a taxa de curto prazo representa 10,68% da amostra.

Tal representatividade é uma anomalia presente no modelo, uma vez que não há nenhum paralelo no mercado brasileiro que possa justificar a existência de taxas negativas, e em um número considerável de ocorrências dentro da amostra. Outro comportamento anômalo apresentado pela taxa de curto prazo são os valores extremos que encontrados, que também não são explicáveis dentro da realidade do mercado brasileiro.

A Tabela apresenta os valores referentes à taxa de curto prazo, estratificados em quartis, com o objetivo de observar a representatividade de cada faixa dentro da amostra.

Tabela 4.

Quartis para a distribuição histórica da taxa de curto prazo.

Quartis	Faixa de Valores	Número de Observações
1° Quartil	De -3,3% até 1,85%	613
2° Quartil	Maior que 1,85% e menor que 9,90%	1.226
3° Quartil	Acima de 9,90%	614

Fonte: Elaboração própria com dados de 21/09/2009 a 28/06/2019.

Pode-se observar uma distribuição com 1° e 3° quartis semelhantes em número de observações, enquanto a maior parte dos valores está em torno da média da amostra. No entanto, as 614 observações do 3° Quartil, representando 25% dos maiores valores, estão consideravelmente altos em relação à média de mercado.

Quanto à curva de longo prazo, é importante mencionar que é esperado no modelo que haja um maior grau de estabilidade se comparada à de curto prazo. Entretanto pode-se notar grande amplitude na série histórica como visto na Figura. Semelhantemente ao observado na Tabela 2, tem-se uma

Análise da Curva de Juros Reais no Brasil

distribuição com 1° e 3° quartis semelhantes em número de observações, enquanto a maior parte dos valores está em torno da média da amostra de longo prazo, conforme mostra a Tabela.

Tabela 1.

Quartis para a distribuição histórica da taxa de longo prazo.

Quartil	Faixa de Valores	Nº de Observações
1° Quartil	De -4,1% até 5,7%	613
2° Quartil	Maior que 5,7% e menor que 6,2%	1.227
3° Quartil	Acima de 6,2%	613

Fonte: Elaboração própria com dados de 21/09/2009 a 28/06/2019.

Há também grande variação na taxa de juros de curto prazo observada na

Tabela que, por sua vez, reflete diretamente nas taxas de longo prazo. Analisando os gráficos apresentados nas Figura 1 a 5, observamos que as anomalias presentes nas estimativas de taxas de curto prazo se desvanecem para prazos a partir de um ano. Além disso, a variação histórica da taxa diminui para prazos maiores.

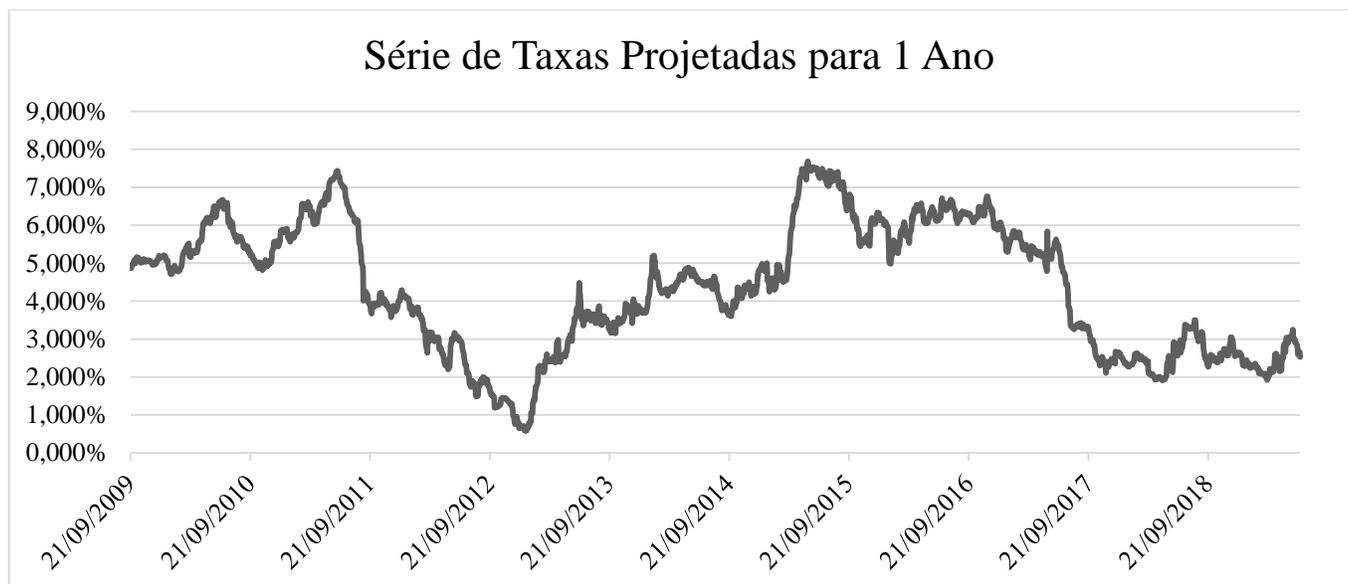


Figura 1. Série de taxas geradas pelo Modelo de Svensson para um ano ($t = 252$ dias úteis).

Fonte: Elaboração própria.

Análise da Curva de Juros Reais no Brasil

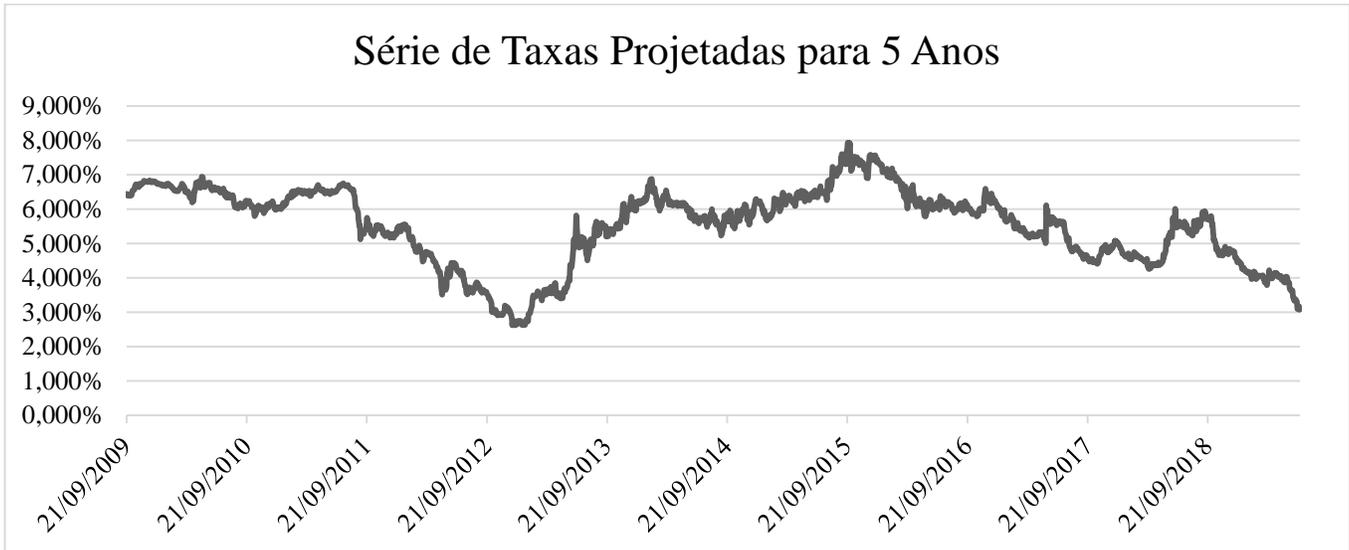


Figura 2. Série de taxas geradas pelo Modelo de Svensson para 5 anos ($t = 1260$ dias úteis).

Fonte: Elaboração própria.

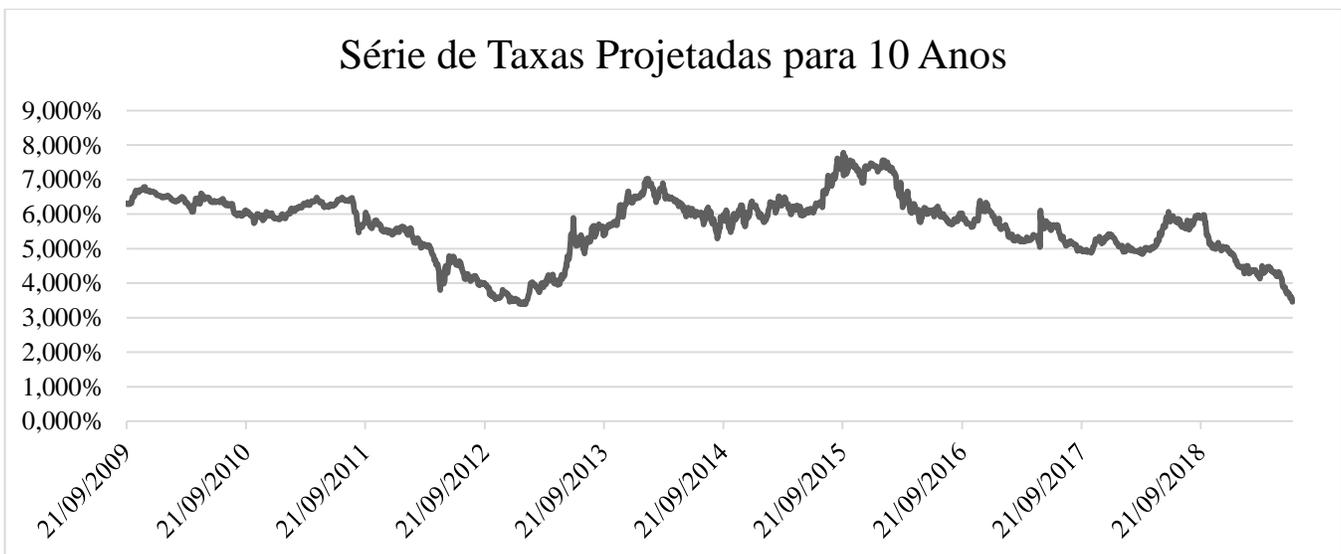


Figura 3. Série de taxas geradas pelo Modelo de Svensson para 10 anos ($t = 2520$ dias úteis).

Fonte: Elaboração própria.

Análise da Curva de Juros Reais no Brasil

É importante observar que para prazos cada vez mais curtos (quando a variável t no modelo de Svensson tende a zero), o erro do modelo é ainda maior, ultrapassando 3% (máxima histórica de 3,117%).

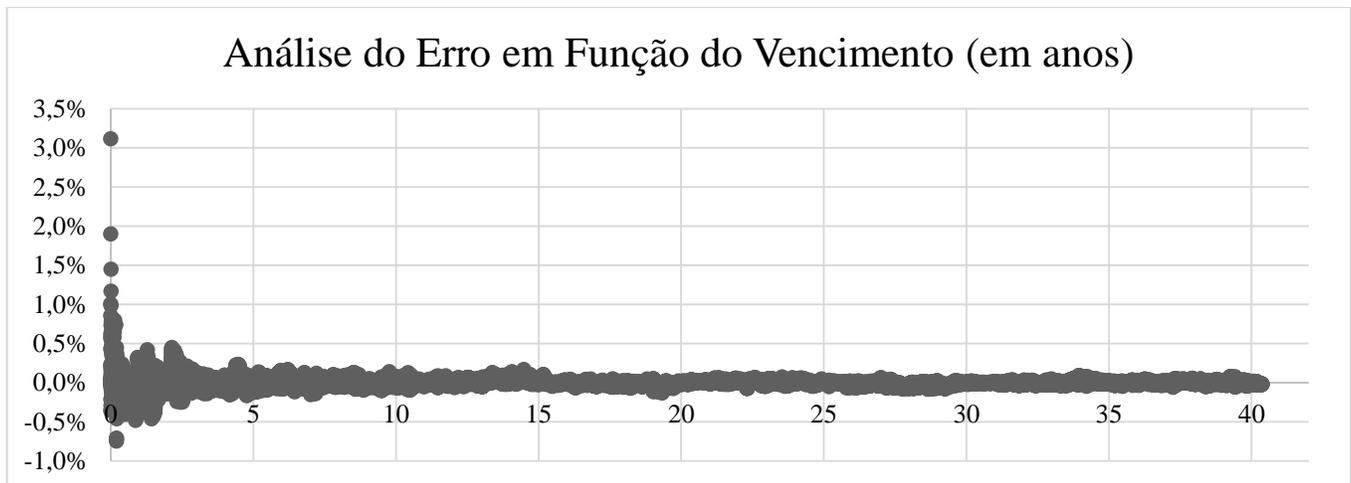


Figura 4. Análise de erros no Modelo de Svensson para a ETTJ.
Fonte: Elaboração própria.

Vale ressaltar que esse erro é a diferença entre o preço teórico obtido pelas taxas do modelo de Svensson e o preço real verificado pelo mercado. Este efeito também foi verificado por Shang e Zheng (2018) para o modelo com a interpolação de Hermite com erros de previsão muito grandes para períodos de tempo mais curtos.

Uma vez que é possível observar variações abruptas nos fatores da curva, com erros maiores para períodos mais curtos, a eficiência da técnica utilizada para otimização dos fatores é colocada em dúvida.

Para o período em que foi registrado o erro máximo de 3,117%, temos uma variação grande para o fator de inclinação da curva, como pode ser observado na Tabela 2:

Análise da Curva de Juros Reais no Brasil

Tabela 2.

Fatores β_1 e β_2 .

Datas	Beta_1	Beta_2
13/05/-2019	4,56%	-5,67%
14/05/2019	4,51%	-2,29%
15/05/2019	4,53%	3,07%
16/05/2019	4,56%	4,61%
17/05/2019	4,60%	4,60%
20/05/2019	4,53%	2,09%

Fonte: Elaboração própria.

A partir do dia 15 de maio de 2019, uma abrupta alta do fator β_2 leva a um aumento considerável dos juros de curtíssimo prazo. Para corrigir esse de problema, Kladivko (2010) utiliza um ajuste na curva de Nelson-Siegel, de forma que as variações do dos fatores sejam limitados no momento da otimização dos parâmetros.

Pode-se observar que em momentos de maior instabilidade econômica e política, os saltos e erros para o modelo de Svensson se mostram ainda mais presentes e com um peso maior na composição dos juros.

Foi selecionada uma janela temporal de acordo com os períodos nos quais os juros de curto prazo se mostraram acima de 50%, e observou-se características importantes para quando a curva é estimada em períodos de incerteza. O primeiro período analisado compreende as datas ente 15 de maio de 2013 e 29 de novembro do mesmo ano.

Torna-se importante salientar que as taxas de longo prazo são afetadas pelas altas encontradas nas taxas de curto prazo, uma vez que é necessário que os parâmetros β_3 e β_4 variem mais abruptamente para garantir o equilíbrio da curva.

Tabela 7.

Taxas de curto e longo prazo em 2013.

Datas	Curto Prazo	Longo Prazo
15/05/2013	76,70%	4,82%
28/05/2013	85,03%	5,41%
29/05/2013	103,50%	5,30%
04/06/2013	99,41%	5,21%
05/06/2013	75,39%	5,10%
06/06/2013	69,13%	5,15%
07/jun/2013	116,74%	5,18%

Análise da Curva de Juros Reais no Brasil

23/08/2013	51,95%	6,94%
20/11/2013	77,47%	6,23%
21/11/2013	85,14%	6,44%
22/11/2013	92,00%	6,45%
25/11/2013	93,94%	6,58%
26/11/2013	95,87%	6,58%
27/11/2013	104,39%	6,58%
28/11/2013	89,36%	6,66%
29/11/2013	93,38%	6,77%

Fonte: Elaboração própria.

Para o período observado, pode-se listar como evento político de impacto as manifestações populares que ocorreram ao redor do país, em especial nas grandes metrópoles, gerando grandes incertezas em função do desagrado geral da população com a classe política. Tal evento é hoje conhecido como “Jornadas de Junho” e ocorreram entre abril e julho de 2013, com efeitos que perduraram até o final de 2013, em função das incertezas políticas geradas (Ferraz, 2019).

No período analisado na

Tabela, também são observadas variações em novembro, período em que as previsões econômicas já alertavam sobre a estagnação econômica que ocorreria a partir de 2015 (Mendonça, 2018). Como observado na Tabela, tem-se forte impacto das taxas de curto prazo, nas taxas de longo prazo.

No ano de 2015 (

Tabela), além do país estar em meio à maior crise econômica de sua história, o resultado das eleições presidenciais em 2014, bem como os antecedentes ao processo de *impeachment* iniciado no final de 2015 também se mostraram decisivos. Isso porque o a chapa vencedora manteve em andamento políticas econômicas não almejadas pelo mercado, o que diminuiu a perspectiva de nova escalada econômica para o fim da recessão.

Tabela 8.

Taxas de curto e longo prazo em 2015.

Datas	Curto Prazo	Longo Prazo
20/08/2015	151,65%	6,46%
21/08/2015	272,03%	6,56%
24/08/2015	273,27%	6,62%
25/08/2015	201,53%	6,77%
26/08/2015	203,61%	6,83%

Análise da Curva de Juros Reais no Brasil

27/08/2015	224,79%	6,87%
28/08/2015	184,17%	6,84%
31/08/2015	193,51%	6,91%
01/09/2015	175,00%	7,06%
02/09/2015	173,55%	7,29%
03/09/2015	163,35%	7,34%
04/09/2015	161,02%	7,61%
08/09/2015	181,77%	7,41%
09/09/2015	167,73%	7,38%
10/09/2015	169,40%	7,49%
11/09/2015	131,15%	7,44%
14/09/2015	122,60%	7,28%
15/09/2015	101,94%	7,22%
16/09/2015	98,51%	7,19%
17/09/2015	80,85%	7,17%
18/09/2015	87,27%	7,39%
21/09/2015	79,44%	7,43%
22/09/2015	66,52%	7,38%
23/09/2015	54,86%	7,42%
24/09/2015	50,60%	6,79%
28/09/2015	51,13%	7,31%
29/09/2015	51,45%	7,28%

Fonte: Elaboração própria.

A observação temporal sobre períodos de incerteza estão alinhados aos estudos de Stona et al. (2015), que observam que para o caso específico do Brasil, os fatores de nível e curvatura são os mais afetados por variações no PIB e inflação, bem como a incerteza sobre ambos. Tais fatores são justamente os que compõem os juros de curto prazo (β_1 e β_2).

A ETTJ tem grande importância para a correta mensuração do risco atuarial. A partir da determinação da Circular SUSEP N°183 de 2012, sociedades seguradoras, entidades abertas de previdência complementar ou instituições resseguradoras residentes no país, passaram a instituir o Teste de Adequação de Passivos (TAP), com a finalidade de aferir a saúde financeira da instituição no momento de cobrir suas obrigações.

O teste consiste no cálculo do valor presente esperado dos fluxos de caixa provenientes dos contratos firmados entre as instituições citadas e seus clientes. Note-se que os fluxos de caixa descontados com base nas taxas geradas pela ETTJ são as obrigações indexadas ao IPCA, IPC e INPC. As anomalias encontradas acabam por traduzir em um equivocado cálculo do prêmio de risco para tais

Análise da Curva de Juros Reais no Brasil

obrigações (situação semelhante à encontrada por Gürkaynak, Sack e Wright (2010) no mercado americano).

Deve-se atentar que a sensibilidade do modelo em relação às instabilidades políticas (como foi observado na seção **Erro! Fonte de referência não encontrada.**) podem impactar diretamente o TAP, uma vez que os juros de curto prazo, contaminados por efeitos políticos, acabam afetando as taxas de longo prazo, como exibido na Tabela.

Tabela 9.

Taxas de juros de 1 mês até 5 anos, para períodos de maior instabilidade político-econômica*.

Valor Médio	7,7%	5,7%	4,6%	4,4%	4,9%	5,3%	5,4%	5,5%
Datas	1 mês	3 meses	6 meses	1 ano	2 anos	3 anos	4 anos	5 anos
21/08/2015	166,65%	64,57%	18,98%	7,03%	6,78%	6,95%	7,04%	7,08%
24/08/2015	165,92%	63,27%	18,43%	7,07%	6,89%	7,07%	7,16%	7,20%
25/08/2015	125,32%	50,46%	16,28%	7,06%	6,91%	7,06%	7,13%	7,16%
26/08/2015	128,67%	53,17%	17,24%	6,98%	6,81%	6,98%	7,05%	7,07%
27/08/2015	141,71%	58,04%	18,27%	6,96%	6,82%	7,03%	7,11%	7,14%
28/08/2015	117,48%	49,55%	16,64%	7,00%	6,87%	7,04%	7,10%	7,11%
31/08/2015	123,26%	51,75%	17,16%	7,08%	6,98%	7,17%	7,23%	7,24%
02/09/2015	112,46%	48,79%	16,84%	7,14%	7,19%	7,43%	7,50%	7,51%
08/09/2015	120,65%	54,21%	18,54%	6,70%	6,91%	7,32%	7,46%	7,50%
10/09/2015	112,70%	50,91%	17,62%	6,59%	6,92%	7,35%	7,50%	7,55%

Nota: (*) Ver Mendonça (2018).

Fonte: Elaboração própria.

Tais dificuldades já foram observadas por Duarte et al. (2015), que estudaram o grande impacto das taxas de longo prazo na precificação dos ativos previdenciários.

A partir da curva IPCA e da curva de juros nominais, ambas geradas e disponibilizadas pela ANBIMA, é possível obter a inflação esperada por intermédio da equação do efeito Fisher (1977), observada abaixo:

$$(1 + n) = (1 + i)(1 + r) \quad (8)$$

que tem a seguinte notação:

n: Taxa efetiva;

i: Inflação, expressa por determinado índice de preços (IPCA no caso brasileiro);

r: Taxa real.

Em relação à inflação esperada, toma-se a taxa real r como a taxa obtida pela Curva ANBIMA, e a taxa efetiva n como a obtida pela curva nominal.

Conclusão

Com base na análise histórica da estrutura a termo de juros reais (curva IPCA), provida diariamente ao mercado pela ANBIMA, diversas discrepâncias foram identificadas e analisadas neste artigo. Existem variações abruptas nos parâmetros, bem como taxas de curtíssimo prazo negativas, algo totalmente fora da realidade. Como a curva possui papel importantíssimo em alguns segmentos do mercado brasileiro, faz-se necessário notar com cautela as limitações do modelo e/ou processo de estimação utilizados.

Toda a série histórica dos fatores desde sua concepção foi avaliada. Existem variações abruptas nos parâmetros utilizados pelo modelo de Svensson que não podem ser racionalizadas. Por sua vez, a taxa de juros de curtíssimo prazo torna-se negativa muitas vezes, algo bastante distante da realidade do mercado brasileiro.

Também fica claro na análise que os períodos de maior incerteza político-econômica geram valores deslocados do que seria coerente (dadas as especificidades do mercado brasileiro). As taxas de longo prazo apresentam volatilidade acima do previsto em teoria, gerando dificuldades e incertezas para os participantes do mercado.

Conclui-se que o modelo atual engloba diversos problemas e peculiaridades não justificadas pelo mercado, o que agrega insegurança aos utilizadores e dificuldades tanto na composição do prêmio de risco como na precificação de ativos. A análise histórica presenciou variações provenientes do cenário econômico, que por muitas vezes acabam afetando os participantes do mercado, que por vezes desconhecem dos efeitos de tais movimentações na curva.

Para pesquisas futuras, recomenda-se foco no método de otimização utilizado para estimação dos parâmetros do modelo, com o intuito de se buscar curvas mais aderentes ao mercado. Caso necessário, sugere-se investigar o modelo de Svensson: será este modelo o mais eficaz para o mercado brasileiro? Há de se ressaltar que o modelo de Svensson possui respaldo empírico na literatura de países que

possuem histórico de curvas de juros mais baixos e com menos volatilidade, características não verificadas no mercado brasileiro.

Referências

- Aljinović, Z., Poklepović, T., & Katalinić, K. (2012). Best fit model for yield curve estimation. *Croatian Operational Research Review*, 3(1), 28-40.
- ANBIMA – Associação Brasileira das Entidades do Mercado Financeiro e de Capital. (2010). *Estrutura a termo das taxas de juros estimada e inflação implícita – metodologia*. Recuperado de: https://www.anbima.com.br/data/files/18/42/65/50/4169E510222775E5A8A80AC2/est-termo_metodologia.pdf
- ANBIMA – Associação Brasileira das Entidades do Mercado Financeiro e de Capital. (2011). *Curvas de juros – fechamento*. Recuperado de: http://www.anbima.com.br/est_termo/Curva_Zero.asp
- Araújo, V. G., Barbedo, C. H. D. S., & Vicente, J. V. M. (2013). Construção de curva de juros de debêntures no mercado brasileiro utilizando a parametrização de Nelson-Siegel. *Revista de Administração*, 48, 98-113. <https://doi.org/10.5700/rausp1076>
- Cassettari, A., & Chiappin, J. R. (2018). Um modelo unificado para a previsão da estrutura a termo de taxa de juros. *Revista Brasileira de Finanças*, 16(2), 337-369. <https://doi.org/10.12660/rbfin.v16n2.2018.60169>
- Chinn, M., & Kucko, K. (2010). The predictive power of the yield curve across countries and time. *The Predictive Power of the Yield Curve across Countries and Time*, 18(2), 1-28. <https://doi.org/10.3386/w16398>
- Dario, R., Dario, R. P., Gonçalves, J. L., Ganacim, F. I. S., & Frota, S. F. P. (2019). Análise da estrutura a termo das taxas de juros. *RECEN – Revista Ciências Exatas e Naturais*, 20(2), 123-135.
- Diebold, F. X., & Rudebusch, G. D. (2013). *Yield curve modeling and forecasting: the dynamic Nelson-Siegel approach*. Princeton: Princeton University Press. <https://doi.org/10.23943/princeton/9780691146805.001.0001>
- Duarte, A. A., Silva, A. F. D., Oliveira, L. V., Weffort, E. F. J., & Chan, B. L. (2015). The term structure of interest rates and its impact on the liability adequacy test for insurance companies in Brazil. *Revista Contabilidade & Finanças*, 26, 223-236. <https://doi.org/10.1590/1808-057x201500420>
- FenaPrevi (2019). *Estatísticas*: FenaPrevi. Recuperado de: <http://fenaprevi.org.br/fenaprevi/estatisticas/>.
- Ferraz, A. T. R. (2019). Movimentos sociais no Brasil contemporâneo: crise econômica e crise política. *Serviço Social & Sociedade*, 135, 346-363. <https://doi.org/10.1590/0101-6628.182>
- Fisher, I. (1977). *The theory of interest: as determined by impatience to spend income and opportunity to invest it*. Michigan: Porcupine Press.
- Franklin Jr., S. L., Duarte, T. B., Neves, C. R., & Melo, E. F. (2012). A estrutura a termo de taxas de juros no Brasil: modelos, estimação e testes. *Economia Aplicada*, 16, 255-290. <https://doi.org/10.1590/S1413-80502012000200003>
- Gürkaynak, R. S., Sack, B., & Wright, J. H. (2010). The TIPS yield curve and inflation compensation. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 2(1), 70-92. <https://doi.org/10.1257/mac.2.1.70>

- Hull, J. C. (2017). *Options, futures, and other derivatives*. Global Edition. London: Pearson.
- Kladivko, K. (2010). The Czech treasury yield curve from 1999 to the present. *Czech Journal of Economics and Finance*, 60(4), 307-335.
- Meirelles, S. K., & Fernandes, M. (2018). Estratégias de imunização de carteiras de renda fixa no Brasil. *Revista Brasileira de Finanças*, 16(2), 179-219. <https://doi.org/10.12660/rbfin.v16n2.2018.69279>
- Mendonça, M. J. (2018). Diagnóstico das causas da crise econômica no Brasil e retomada do crescimento econômico. *Revista Razão Contábil & Finanças*, 9(2), 1-23.
- Nelson, C. R., & Siegel, A. F. (1987). Parsimonious modeling of yield curves. *Journal of Business*, 60(4), 473-489. <https://doi.org/10.1086/296409>
- Nymand-Andersen, P. (2018). Yield curve modelling and a conceptual framework for estimating yield curves: evidence from the European Central Bank's yield curves. *ECB Statistics Paper*, 2(27).
- Saarinen, J. (2012). *Using the yield curve in predicting real economic growth-application to Finland*. Recuperado de: <https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/34118/SaarinenJaakkoProGradu.pdf?sequence=2>.
- Sartori, L. D., & Eckhard, D. (2017). Tratamento do fator de decaimento exponencial para o Modelo Diebold-Li no ajuste da ETTJ brasileira. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, 5(1). <https://doi.org/10.5540/03.2017.005.01.0122>
- Shang, Y., & Zheng, T. (2018). Fitting and forecasting yield curves with a mixed-frequency affine model: evidence from China. *Economic Modelling*, 68, 145-154. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2017.07.002>
- Stona, F., Amann, J., Morais, M. D., Triches, D., & Morais, I. A. C. (2015). Análise da estrutura a termo das taxas de juros em países América Latina entre 2006 a 2014. *Revista Brasileira de Finanças*, 13(4), 650-690.
- Svensson, L. E. (1994). *Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994*. <https://doi.org/10.3386/w4871>

Agradecimentos: Carlos Heitor Campani agradece às seguintes instituições pelo suporte financeiro à sua pesquisa: Cátedra Brasilprev em Previdência, ENS – Escola de Negócios e Seguros, CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, FAPERJ – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro e Quantum Finance (provedor de dados).

Submetido: 04/10/2019

Aceito: 30/06/2021